

Basics

7

Standard Values : $P = 7,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $R_{air} = 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$; $R_d = 467 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
 Betz - Optimum : $C_p = 16/27$; $C_s = 8/9$; $C_m = C_p/\lambda$

Statistics

Arithmetic mean : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$
 Median : $x_{(n+1)/2}$ if n odd
 $(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}) \cdot \frac{1}{2}$ if n even
 Variance : $s^2 = \frac{1}{(n-1)} ((\sum x_i^2) - n \cdot \bar{x}^2)$
 Standard deviation : $s = \sqrt{s^2}$

Wind and Profile design

Gamma-function : $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$
 Distribution density function : $f(v) = \frac{k}{A} (\frac{v}{A})^{k-1} \cdot \exp[-(\frac{v}{A})^k]$ - Prob. of wind speed
 $F(v) = 1 - \exp[-(\frac{v}{A})^k]$ - Cum. Prob. of wind speed
 Gumbel distribution : $F_G(v) = \exp[-\exp(-\delta + \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot (v - M_{extr.})/\sigma_{extr.})]$
 $\delta = 0,5772$
 $M_{extr.} = (\delta - k \cdot \ln(A))/k$
 $\sigma_{extr.} = \pi / (k \sqrt{6})$

Mean wind speed : $V_m = A \Gamma(1 + \frac{1}{k}) \approx A(0,56P + \frac{0,434}{k})^{1/k}$ [$\frac{m}{s}$]
 Turbulence intensity : $I_T = \frac{s}{V_m}$ [$\frac{\%}{s}$]
 Quad. average : $\bar{v}^2 = A^2 \Gamma(1 + \frac{2}{k})$ [$\frac{m^2}{s^2}$]
 Cubic average : $\bar{v}^3 = A^3 \Gamma(1 + \frac{3}{k})$ [$\frac{m^3}{s^3}$]
 Power density : $E_{extrem} = \frac{1}{2} \rho \bar{v}^3$ [$\frac{W}{m^2}$]
 Energy density : $E_{dichte} = E_{leistung} \cdot T$ [$\frac{Wh}{m^2}$]
 If different roughness-classes: normalize to 700:

Ln- and Exponential - law : $V_2 = V_1 \frac{\ln(\frac{z_2}{z_0})}{\ln(\frac{z_1}{z_0})}$ also for Weibullparam. A

Annual Energy prod. AEP : $AEP = 8760h \cdot \int ((F(v_i) - F(v_{i-1})) \cdot (\frac{P_{in} + P_i}{2})) [\frac{Wh}{s}]$
 Capacity factor : $C_{cap} = \frac{AEP}{(P_{nenn} \cdot 8760h)} = \frac{T_{max}}{8760h}$ [$\frac{h}{h}$]
 Full-load h : $T_{voll} = \frac{AEP}{P_{nenn}}$
 Windyear : $Windyear = (1 - \frac{Energy_{yield}}{Reference})$

Design and Aero

Profile-coefficients : $C_a = \frac{2A}{(\rho v^2 t(b))}$; $C_w = \frac{2b}{(\rho v^2 t(b))}$; $E = \frac{C_q}{C_m}$
 Blade depth : $t_{betr}(r) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9} C_a \cdot 2\pi R / (\lambda A \sqrt{\lambda^2 (\frac{r}{R})^2 + 4/9})$
 $t_{semitr}(r) = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9} C_a \cdot r \cdot \sin^2(\frac{1}{3} \alpha_1)$
 $\alpha_1 = \arctan(R/(\lambda A \cdot r))$

$\bar{t}_{betr}(r) = t_{betr} \cdot \frac{E C_a \lambda A}{R} = \frac{16\pi}{9} \cdot (\sqrt{\lambda^2 (\frac{r}{R})^2 + 4/9})^{-1}$
 $\bar{t}_{semitr}(r) = t_{semitr} \cdot \frac{E C_a \lambda A}{R} = \frac{16\pi \lambda A^2}{9} \cdot \sin^2(\frac{1}{3} \alpha_1)$
 $t = (\bar{t} R) / (\lambda A z(A))$

Construction angle : $\alpha_{bau} = \arctan(\frac{2}{3} \lambda A \frac{r}{R}) - \alpha_A$
 α_A from Lilienthal Polar

Coefficients, Power : $C_p = \frac{P_{motor}}{(\frac{1}{2} \rho v^2 \pi R^2)} = 4a(1-a)^2$ [Admission!]
 Thrust : $C_T = \frac{Thrust}{(\frac{1}{2} \rho v^2 \pi R^2)} = 4a(1-a)$
 Torque : $C_M = \frac{M_{motor}}{(\frac{1}{2} \rho v^2 \pi R^3)} = \frac{C_p}{\lambda}$
 Induction factor : $V_2 = V_1(1-a)$
 $V_3 = V_1(1-2a)$

Iteration for induction:
factor

- $q_0 = \frac{1}{3}$
- $\alpha_2 = \arctan(\frac{1-q_0}{(r-\lambda_A)})$
- $\alpha_{A0A} = \alpha_2 - \alpha_{B0A}$
- From poles: $C_L(\alpha_{A0A})$; $C_d(\alpha_{A0A})$
- $q_{it7} = \frac{[(1-q_0)^2 + (\lambda - \frac{1}{r})^2]}{[8\pi r(1-q_0)]} \cdot t \cdot Z \cdot [C_A \cos(\alpha_2) + C_W \sin(\alpha_2)]$

Tip speed ratio

$$\lambda = \frac{2R}{V_{\text{wind}}} = \frac{12\pi R}{V_{\text{wind}}} = \frac{V_{\text{tip}}}{V_{\text{wind}}}$$

high speed motor at $\lambda \geq 5$

Performance calculation:

$$\begin{aligned} P_{\text{aero}} &= \frac{1}{2} \rho C_D \pi R^2 V_{\text{aero}}^3 \\ P_{\text{mech}} &= M_g \Omega_g = M_g \Omega_g 2\pi = \text{Rate } P_{\text{aero}} \eta_{\text{gear}} \\ P_{\text{el}} &= M_g \Omega_g \eta_g \\ \text{itons} &= \frac{m}{p_g} \end{aligned}$$

Engelhardt et al.

Loadr

Rotational Speed

Power, air forces, centrifugal forces

Torque, mass

Stresses (material side) due to

Masses

Air forces, centrifugal forces

Dynamics

Eigenfrequency

Frequency ratio

-1	$\Omega = \frac{2}{3} \pi$
2	$P = \frac{8}{3} C_p V^3 D^2 \frac{\pi}{4} = f(\Omega^2)$
3	$M = \frac{8}{3} C_m V^2 D^3 \frac{\pi}{8}$
-1	Own weight
0	Wind / rotation
-1	$\sqrt{\frac{1}{\omega}}$
0	$\frac{2}{\omega}$

Assumptions are same system concept, identical tip speed ratio, scaling of all dimensions, no Reynolds-effects, only stationary loads

Structure dynamics

Standard form

Solution starter

Basics

Tower eigfreq.

Contilever top

hor. stiffness

$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) + 2D\omega_0 \dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) &= \omega_0^2 U(t) \\ q(t) &= q_h(t) + q_p(t) ; \quad q(t) = \frac{1}{\omega_0} e^{-\lambda t} \\ \omega_0 &= \omega \sqrt{1-D^2} \quad q(t) = \frac{1}{\omega_0} e^{i\omega t} \\ f &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \quad \begin{array}{l} \text{m per Meter} \\ \text{Height} \end{array} \\ f^2 &\approx \frac{3.04}{(4\pi^2)} \cdot \frac{EI}{(m_{\text{top}} + 0.227 \mu L) L^3} \\ I &= \frac{1}{8} M (D^2 + (D-2t)^2) \text{ for hollow tower} \\ f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4M}{m}} ; \quad M = m_{\text{top}} + \frac{1}{4} M_{\text{tower}} \\ k &= \frac{C}{L^3} = \frac{3EI}{L^3} \\ k &= \left(\int_0^L \frac{z^2}{EI(z)} dz \right)^{-1} \quad \left[\frac{N}{m} \right] \end{aligned}$$

Fatigue

S-N-curve

Accumulated damage

Equivalent stress

Damage equiv. load

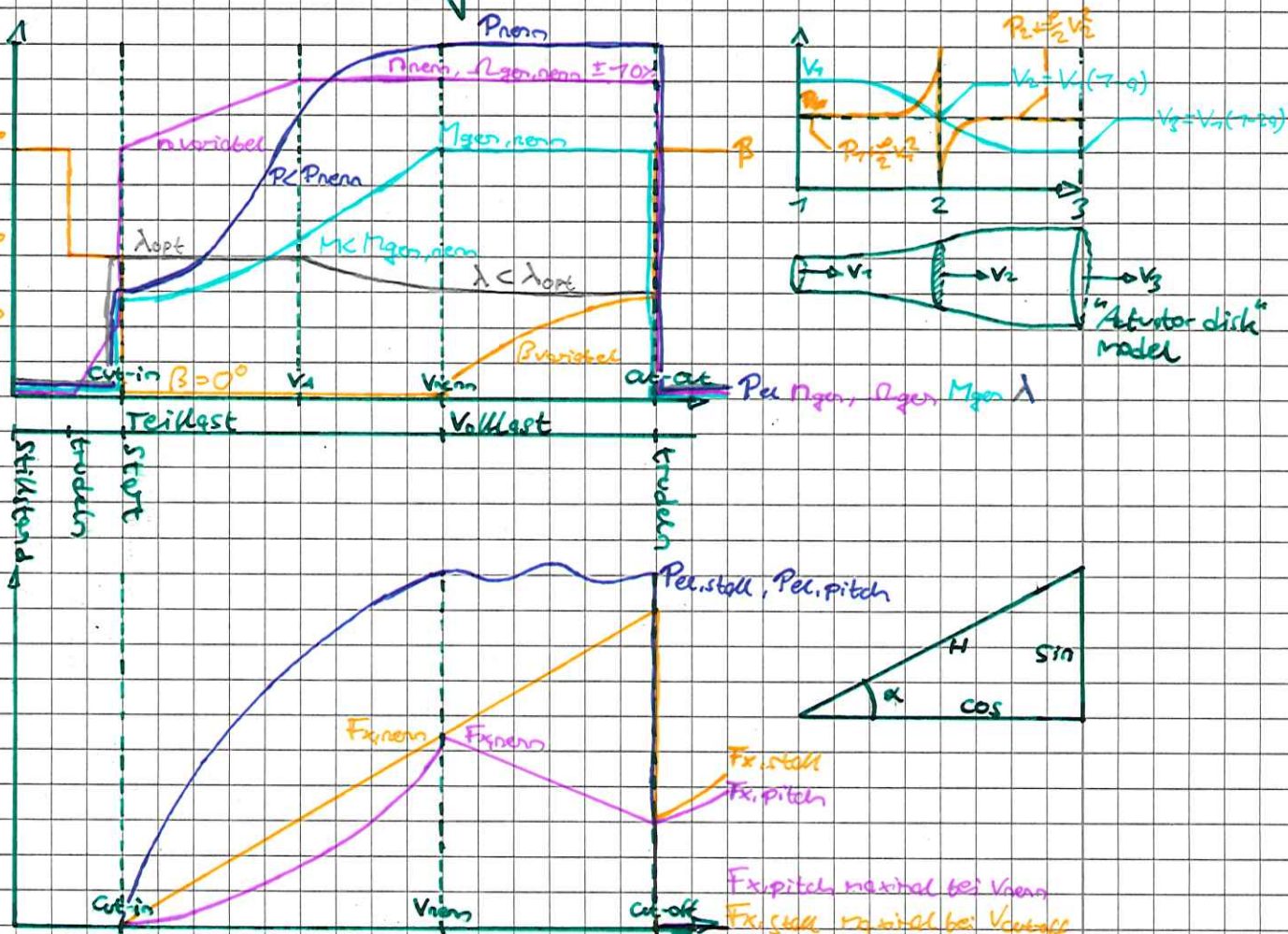
$\log(N_c(s)) = \log(q_0) - n \log(s)$
 $N = 10^{\log(q_0) - n \log(s)}$
 $N_i = \frac{q_0}{10^{n \log(s)}} = \frac{q_0}{s^n}$
 $D_i = \frac{N_{ref} \cdot DEL^n}{q_0}$
 $D = \sum D_i = \sum \frac{N_i}{N_i} ; d_i = \frac{\text{count}}{\text{circles}}$
 $\Delta \sigma_{eq} = \frac{1}{N_r} \sum \Delta \sigma_i^n \cdot N_i$
 $DEL = \frac{\text{reference cycle damage}}{\text{damage}} ; N_{eq} = S_{eq} \cdot A$

~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~

~~Wiederholungsfragen:~~

Wiederholungsfragen:

Displacement reaction:



Tangential induction factor: $a' = (C_2 \cdot z \cdot t \cdot [C_1 \cdot \sin \alpha_2 - C_d \cos \alpha_2]) / (8\pi r (V_\infty (1-q))^2)$
 $C_2 = [V_\infty (1-q)]^2 + [a r (1+q)]^2$
 $\alpha_2 = \arctan[(V_\infty (1-q)) / (a r (1+q))]$

Hydro:

Pressure in deep water: ~~Hydrostatic~~

$$p = -\rho g z + \underbrace{\frac{\rho g H}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t)}_{\text{Hydrodyn. pressure}}$$

Significant wave height $H_{1/3}$ and mean wave periods T_1, T_2

$$M_u = \int_0^\infty \omega^4 S(\omega) d\omega$$

$$M_0 = \int S(\omega) d\omega$$

$$M_1 = \int \omega S(\omega) d\omega$$

$$M_2 = \int \omega^2 S(\omega) d\omega$$

$$H_{1/3} = 4\sqrt{M_0}$$

$$T_1 = \frac{2\pi M_0}{M_1}$$

$$T_2 = 2\pi \left(\frac{M_0}{M_2} \right)^{1/2}$$

Hydrodynamic Loads

3

Wave number : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
 Wave frequency : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{gk}$
 Wave-free surface profile : $\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$
 Dispersion-relation : $\omega^2 = gk \tanh(k \cdot d)$ — Water depth

Significant wave height : $H_s = 4s = 4\sqrt{M_0}$

Mean wave period : $T_1 = \frac{2\pi M_0}{M_1}$
 $T_2 = 2\pi \left(\frac{M_0}{M_2} \right)^{1/2}$
 $M_k = \int_0^\infty \omega^k S(\omega) d\omega$ — infinity
 $M_0 = \int S(\omega) d\omega$
 $M_1 = \int S(\omega) \omega d\omega$
 $M_2 = \int S(\omega) \omega^2 d\omega$

X van die weg
 y naar links
 z naar oben

Wave speed : ~~Wavelength~~
 $C_{\text{phase}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$
 $C_{\text{group}} = \frac{1}{2} C_{\text{phase}}$

Pressure in deep water : $P = -\rho g z + \frac{\rho g H}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$ — hydrodynamic pressure

Random bonus formulas

Geometry : Relative vel. at blade : $W = \sqrt{U_\infty^2 (1-a)^2 + r^2 \Omega^2 (1+a')^2}$
 $\sin \phi = \frac{U_\infty (1-a)}{W}$ Axial
 $\cos \phi = \frac{r \Omega (1+a')}{W}$ Tangential
 $\phi = \alpha_{AoA} + \alpha_{\text{twist}}$
 $\alpha_{\text{margin}} = \alpha_{\text{stall}} - \alpha_{AoA}$

Actuator disk: Pressure before after : $P_1 + \frac{\rho}{2} V_1^2 = P_2 + \frac{\rho}{2} V_2^2$

Actuator disk: Velocity right before and right after disk is constant !

Gust velocity : $U_{0,g} = (1 + f_g) U_\infty$ — chord length

Lift-force on a span-wise length dr : $dL = \frac{1}{2} \rho W^2 C_L dr$

Drag-force on a span-wise length dr : $dD = \frac{1}{2} \rho W^2 C_D dr$

Axial thrust on an annular ring of the actuator disk : $dT = dL \cos(\phi) + dD \sin(\phi)$ — $B \hat{=}$ num blades
 $= \frac{1}{2} \rho W^2 B C_L \cos(\phi) + \frac{1}{2} \rho W^2 B C_D \sin(\phi)$
 $= 2\pi r dr \rho U_\infty (1-a) 2a U_\infty$

Tangential induction factor : $a' = \frac{(C_L^2 \sin^2 \alpha_2 - C_D \cos^2 \alpha_2)}{(2\pi r (V_\infty (1-a))^2)}$
 $C_L^2 = [V_\infty (1-a)]^2 + [r \Omega (1+a')]^2$
 $\alpha_2 = a \cdot \tan([V_\infty (1-a)] / [r \Omega (1+a')])$

Horizontal particle velocity : ~~Wavelength~~
 $U = H \omega \cdot \frac{1}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$
 $U = H \omega \left(\frac{\cosh(k(z+d))}{[2 \sinh(kd)]} \right) \cos(kx - \omega t)$

Horizontal particle acceleration : $\dot{U} = \frac{H}{2} \omega^2 e^{kz} \sin(kx - \omega t)$
 $\dot{U} = H \omega^2 \left(\frac{\cosh(k(z+d))}{[2 \sinh(kd)]} \right) \sin(kx - \omega t)$

Chord length for given ϕ : $c = [4\pi r V_\infty^2 (1-a) 2a] / [W^2 z (\cos(\phi) C_L + \sin(\phi) C_D)]$

Restoring matrix : $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho g A_{wp} & \rho g \int_A x dA & -\rho g \int_A x^2 dA & 0 \\ 0 & 0 & \rho g \int_A x dA & \rho g \int_A y^2 dA + \rho g V_0 (z_0 - z_g) & -\rho g \int_A x y dA & -\rho g V_0 (z_0 - z_g) \\ 0 & 0 & -\rho g \int_A x dA & -\rho g \int_A x y dA & \rho g \int_A x^2 dA + \rho g V_0 (z_0 - z_g) & -\rho g V_0 (y_0 - y_g) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Restoring matrix :
 Coefficients

$C_{33} = \left[\frac{k g}{s^2} \right]$ $C_{55} = \left[\frac{k g s^2}{s^2} \right]$

Mist air

$$f = \frac{P}{RT}$$

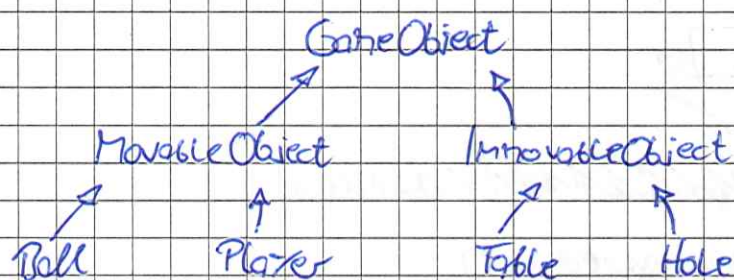
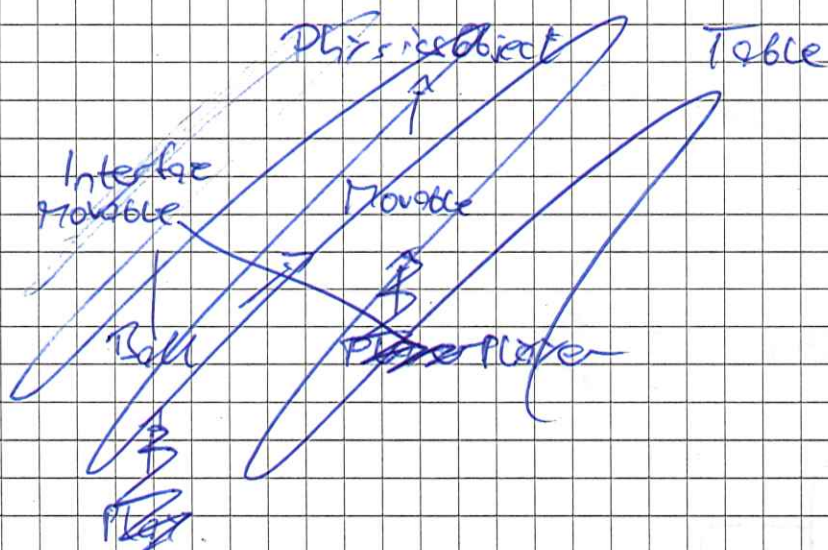
$$P_{\text{sat}} = 6,772 \exp\left(\frac{12,62 t}{243,76 + t}\right) \quad [\text{hPa}]$$

$$P_D = e \cdot P_{\text{sat}}$$

$$P_{\text{er}} = P_{\text{ges}} - P_D$$

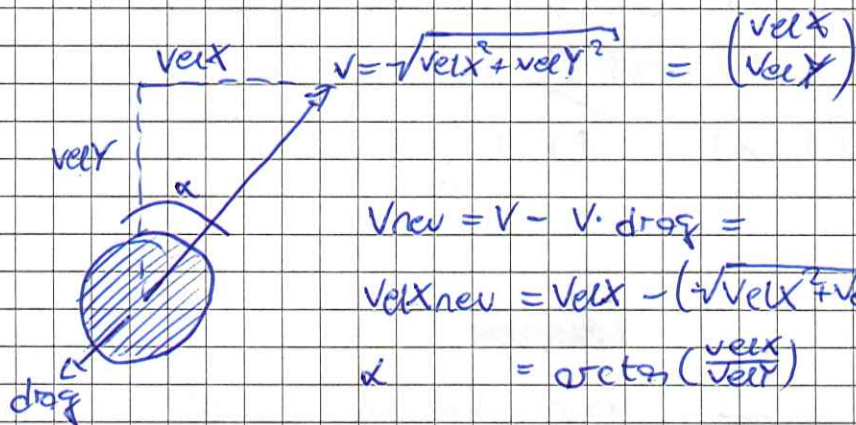
~~else~~

$$R_{\text{FL}} = \frac{R_L}{1 - e \frac{P_{\text{sat}}}{P_{\text{atm}}}} \left(1 - \frac{R_L}{P_{\text{atm}}}\right)$$



Game Loop

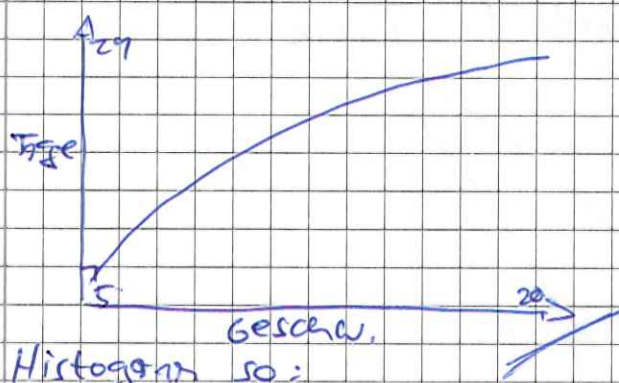
Initial Conditions



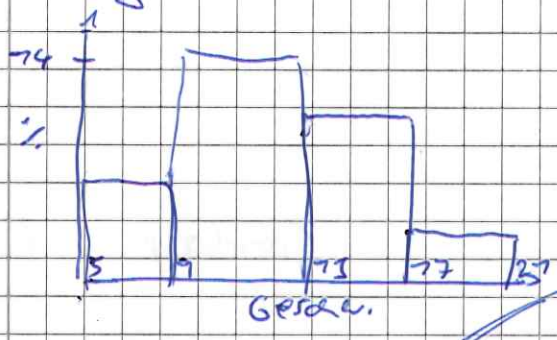
Windenergie I Klausuren

7.1

a) Diagramm sieht so aus:



Histogramm so:



(Je nach Klassenverteilung)

b) arithmetisches Mittel, ~~Wahrscheinlichkeitsmittel~~

(Alles mit erste 5. Werten gerechnet)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 70,76 \frac{m}{s}$$

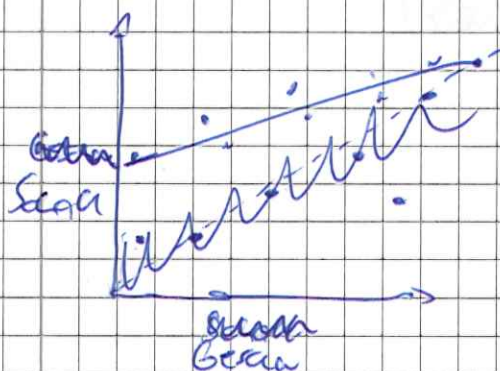
Wert in der Mitte von $[7,4; 8; 11,5; 12,6; 14,3]$

$$= 11,5 \frac{m}{s}$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 8,843 \frac{m^2}{s^2}$$

7.2

a) Plot sieht so aus:



~~Wahrscheinlichkeitsmittel~~

empir. Streuung

$$s = \sqrt{s^2} = 3,826$$

$$s_y = \sqrt{s_y^2} = 4,033$$

empir. Kovarianz

$$s_{xy} = 8,843 \cdot 15,12$$

empir. Korrel.

$$r_{xy} = 0,9837$$

$r_{xy} \approx 1,0 \rightarrow$ linearer Zusammenhang ist gerechtfertigt

Windenergie I

7.2

c) Geradengleichung $ax + b = f(x) = -7,036x + 27,95$

$$a = \frac{\sum y}{\sum x} \cdot \Gamma_{xy}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$

(X und y -Achse anders-
ren wie in Lösung 1)
(und wie in Skizze!)

d) $f(28 \frac{m}{s}) = -7,036 \cdot 28 \frac{m}{s} + 27,95 \frac{m}{s} = 40,6 \text{ dB}$

e) 50 dB bei $4 \frac{m}{s}$

~~rechner~~ ~~mit~~ ~~Werte~~ ~~aus~~ ~~7.2.1~~

~~mit~~ ~~Werte~~ ~~aus~~ ~~7.2.1~~

$\bar{x} = 7,786$ $\bar{y} = 32$

$s_x = 3,871$ $s_y = 5,099$

$s_{xy} = 0,4767$

$\Gamma_{xy} = 0,02777 \neq 1$

kein linearer Zusammenhang mehr gerechtfertigt

7.3

a) $\det \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} = -10 - 12 = -22$

$\det \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = 9 \cdot 6 - 9 \cdot 6 = 0$

$\det \begin{pmatrix} 3 & 77 \\ x & 2x \end{pmatrix} = 6x - 77x = -5x$

b)

$\det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 1 & 9 \\ 2 & 5 & 8 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 9 & 3 & 6 \end{pmatrix} = 45 + 96 + 108 - 105 - 48 - 72 = 0$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 96 \\ 108 \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105 \\ 48 \\ 72 \\ \hline 225 \end{array}$$

$\det \begin{pmatrix} -2 & 8 & 2 & -2 & 8 \\ 7 & 0 & 7 & 7 & 0 \\ 4 & 3 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix} = 0 + 224 + 6 - 0 + 42 - 8 = 269$

$\det \begin{pmatrix} 3 & 4 & -70 & 3 & 4 \\ -7 & 4 & 7 & -7 & 4 \\ 0 & 2 & 8 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 96 + 108 + 0 + 740 - 0 - 6 + 224 = 454$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 108 \\ 740 \\ \hline 944 \end{array}$$

Windsong I

$$\textcircled{7.2} \quad c) \det \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 4 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -7 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} = -7 \cdot 0 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = -70$$

$$\det \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = 7 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$$

$$d) \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} = A$$

$$\det(A - I\lambda) = 0 \rightarrow \det \begin{pmatrix} 0-\lambda & 7 \\ 7 & 0-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda^2 - 7 = 0$$

$$\lambda^2 = 7 \rightarrow \lambda_1 = \underline{\underline{7}} \quad \lambda_2 = \underline{\underline{-7}}$$

$\lambda_1:$

$$\begin{pmatrix} -7 & 7 & | & 0 \\ 7 & -7 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -7 & 7 & | & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \quad -x + y = 0 \rightarrow x = y$$

$$\underline{\underline{x = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}}}$$

$\lambda_2:$

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & | & 0 \\ 7 & -7 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 7 & | & 0 \\ 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{x = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \end{pmatrix}}}$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(7-\lambda)(-2-\lambda) - 4 = 0$$

$$-2 - \lambda + 2\lambda + \lambda^2 - 4 = 0$$

$$\lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\lambda_1 = \underline{\underline{-3}} \quad \lambda_2 = \underline{\underline{2}}$$

$\lambda_1:$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & | & 0 \\ 2 & 7 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow x_1 = -x_2$$

$$\underline{\underline{x_1 = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}}}$$

$\lambda_2:$

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & | & 0 \\ 2 & -4 & | & 0 \end{pmatrix} \rightarrow x_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Wiederholung I

7.3

d) $C = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$

$$(-2-\lambda)(4-\lambda) - 16 = 0$$

$$-8 + 2\lambda - 4\lambda + \lambda^2 - 16 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 24 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 \pm 10}{2}$$

$$\lambda_1 = 6 \quad \lambda_2 = -4$$

$\lambda_1:$

$$\begin{bmatrix} -8 & -4 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad -2x_1 = x_2 \quad x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$\lambda_2:$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -4 & 8 & 0 \end{bmatrix} \quad x_1 = 2x_2 \quad x_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

e) $\begin{bmatrix} 0 & \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \rightarrow 1 \\ 1 \rightarrow 0 \\ 1 \rightarrow 0 \end{matrix}$

$$\det(A + \lambda I) = 0$$

$$= -\lambda^3 + 1 + 1 + \lambda + \lambda + \lambda = 0$$

$$= (-1)(-\lambda^3 + 3\lambda + 2) = 0$$

$$(\lambda + 1)(\lambda^2 - \lambda - 2) = 0$$

$$\lambda_1 = -1$$

$$1 \rightarrow \lambda^3 + 2\lambda + 2 : (\lambda + 1) = \lambda^2 + \lambda - 4$$

$$\begin{array}{r} -\lambda^3 - \lambda^2 \\ \hline -\lambda^2 - 3\lambda + 2 \end{array}$$

$$-4\lambda + 2$$

$$-4\lambda - 4$$

$$2$$

$$\lambda^3 + 0 \cdot \lambda^2 - 3\lambda - 2 : (\lambda + 1) = \lambda^2 - \lambda - 2$$

$$\lambda^3 + 1\lambda^2$$

$$-1\lambda^2 - 3\lambda - 2$$

$$-\lambda^2 - \lambda$$

$$-2\lambda - 2$$

$$-2\lambda - 2$$

$$0$$

$$x_1 = x_2 = x_3$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$\lambda_2 = 2$$

$$\lambda_3 = -1$$

$$\lambda_{1,2,3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 = x_2 = x_3 \\ x_1 = x_2 = x_3 \\ x_1 = x_2 = x_3 \end{matrix}$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Windenergie I

7.3

$$c) \lambda_1: \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 = x_2 \\ x_1 = x_3 \end{matrix} \quad x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{bmatrix} 2-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 2-\lambda & 1 \\ 0 & 1 & 2-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$(2-\lambda)^3 - (2-\lambda) - (2-\lambda) = 0$$

$$(4-4\lambda+\lambda^2)(2-\lambda) - (2-\lambda) - (2-\lambda) = 0$$

$$-8 + 8\lambda + 8\lambda^2 + 4\lambda - 4\lambda^2 + \lambda^3 + 2\lambda - 2 = 0$$

$$\lambda^3 - 6\lambda^2 + 10\lambda - 4 = 0 \quad \lambda_1 = 2$$

$$\lambda^3 - 6\lambda^2 + 10\lambda - 4 : (\lambda - 2) = \lambda^2 - 4\lambda + 2$$

$$\begin{array}{r} \lambda^3 - 6\lambda^2 + 10\lambda - 4 \\ \underline{\lambda^3 - 2\lambda^2} \\ -4\lambda^2 + 10\lambda \\ \underline{-4\lambda^2 + 8\lambda} \\ 2\lambda - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\lambda - 4 \\ \underline{2\lambda - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\lambda_{2,3} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$\lambda_2 = 2 + \frac{\sqrt{8}}{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\lambda_3 = 2 - \sqrt{2}$$

$\lambda_1:$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\lambda_2:$

$$\begin{bmatrix} 2+\sqrt{2} & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2+\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2+\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_2 = (2+\sqrt{2})x_1 \\ x_3 = \frac{x_2}{-(2+\sqrt{2})} \end{matrix} \rightarrow x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2-\sqrt{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2+\sqrt{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

Wind Energy III

7.7) Radius? In solution, this is considered the diameter

a) $R = 720m$ $h = 735m$

$V_{70m} = 5 \frac{m}{s}$

$V(z_2) = V_1 \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^\alpha \rightarrow V(735m) = 8.475 \frac{m}{s} \quad (\alpha = 0.2)$

b) $V_{max} = V(h+R) = 9.556 \frac{m}{s}$

c) $V_{min} = V(h-R) = 5.422 \frac{m}{s}$

$\Delta V = V_{max} - V_{min} = 4.734 \frac{m}{s}$

d) Highest difference at 180°

Lowest difference at $90^\circ / 270^\circ$

e) $V_z = V_1 \frac{\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right)}$

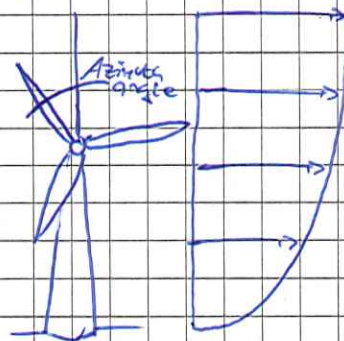
$z_0 = [0.00005 \quad 0.05 \quad 0.5] [m]$

$\Delta V_{max,1} = 7.8 \frac{m}{s}$

$\Delta V_{max,2} = 4.747 \frac{m}{s}$

$\Delta V_{max,3} = 7.375 \frac{m}{s}$

The higher the terrain roughness, the higher the difference across the height of the rotor blade (At its lowest point in the rotation)



Answers

7.2) Different Wind data as in solution:

a) $\rho_{mean} = 76.36 \frac{m}{s}$

Variance = 3.0957

turbulence intensity = 10.73%



Look like this!

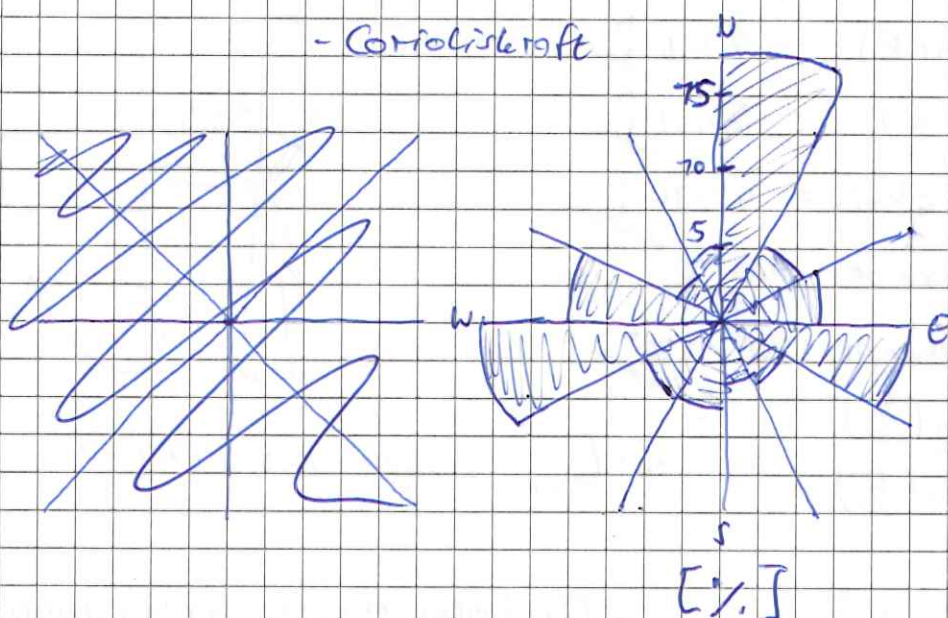
Windenergie I

(2.7)

a) Sie entsteht vor allem durch unterschiedliche solare Erwärmung der Erde

- Unterschiedliche Druckgradienten
- Corioliskraft

b)



Für jeden Sektor:

~~Windenergiepotenzial~~ $\rho \cdot A \cdot v^3 \cdot \left(1 + \frac{3}{u}\right) =$

Bedingung Gamma-Funktion muss gelöst werden

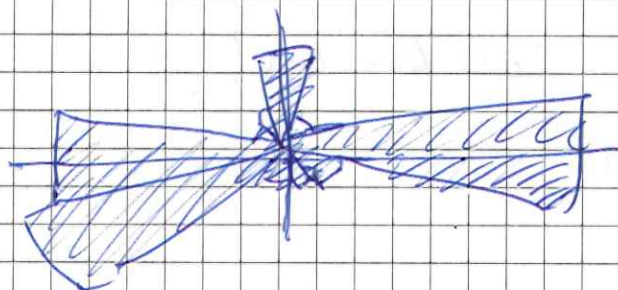
$$U^3 = A^3 \cdot \left(1 + \frac{3}{u}\right) = 728 \frac{m^3}{s^3} \text{ Kub. Mittelwert Windgeschw.}$$

$$E = \frac{\rho \cdot U^3}{2} = 78,4 \frac{W}{m^2} \text{ Energiedichte}$$

$$E \cdot T = 78,4 \frac{W}{m^2} \cdot 0,773 \cdot 8760 h = 778,8 \frac{kWh}{m^2}$$

Für jeden Sektor wiederholen

Finaler Ergebnis dann ca. 50:



In den nördlichen und südlichen sektoren sollten keine weiteren Anlagen gebaut werden.

c) Rayleigh ist Weibull mit $k=2$

Windenergie I

~~entwerfer ist die Aufgabenstellung~~

(37)

a) C_a mit Torgeht: $C_{a, \text{entwerfer}} = 0,52$

$$\alpha_{\text{entwerfer}} = 90^\circ$$

$$\frac{1}{E} = \frac{C_A}{C_G} = \frac{0,52}{0,06} = 8,667$$

b) $t(r) = 2\pi R \frac{1}{2} \frac{P}{C_A} \frac{1}{\lambda A \sqrt{\lambda^2 - (\frac{r}{R})^2}}$

① ~~aber~~ bei $\frac{r}{R} = 0,7$: $t(r) = 17,63 \text{ m}$

② bei $\frac{r}{R} = 0,5$: $t(r) = 5,78 \text{ m}$

③ bei $\frac{r}{R} = 0,75$: $t(r) = 3,623 \text{ m}$

④ bei $\frac{r}{R} = 1,00$: $t(r) = 2,767 \text{ m}$

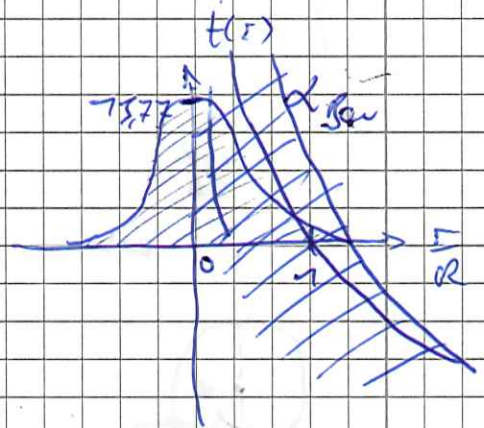
$\alpha_{\text{entwerfer}} = \arctan\left(\frac{2}{\lambda A \left(\frac{r}{R}\right)}\right) - \alpha_{\text{entwerfer}}$
 (Entwerferwert (mit 7° aus Lösung))

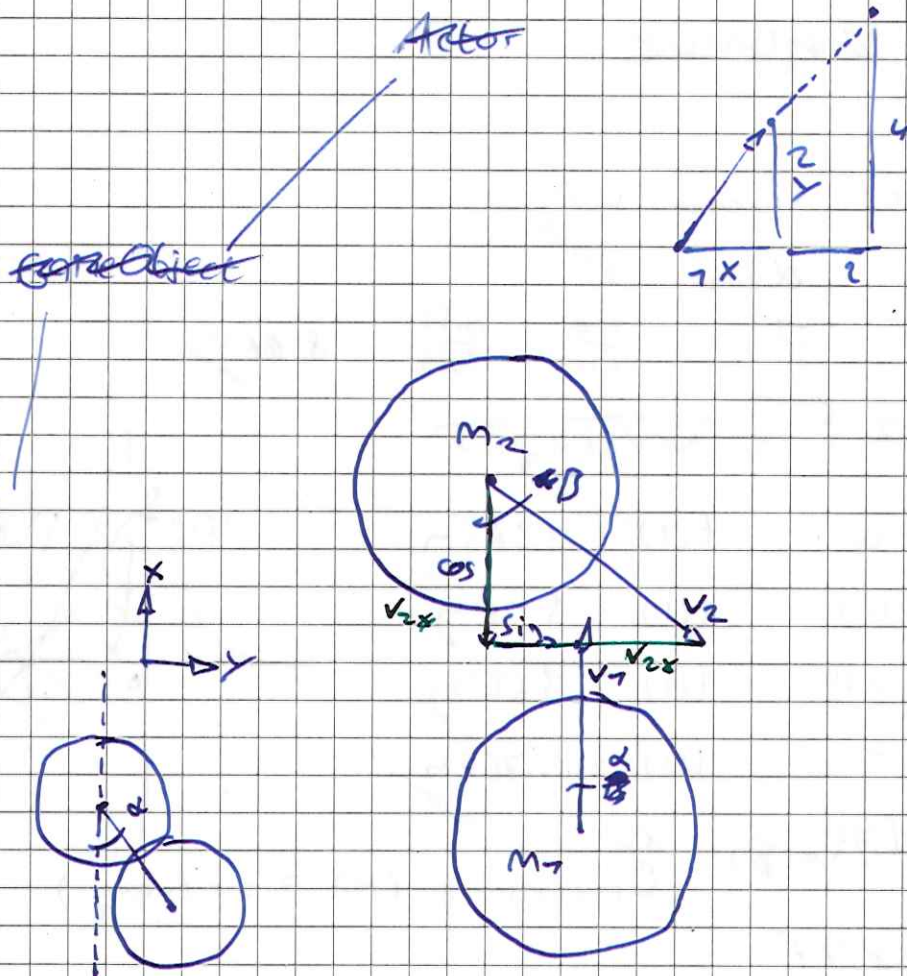
① $\alpha_{\text{entwerfer}} = 58,77^\circ$

② $\alpha_{\text{entwerfer}} = 76,96^\circ$

③ $\alpha_{\text{entwerfer}} = 9,504^\circ$

④ $\alpha_{\text{entwerfer}} = 5,529^\circ$





Conservation of momentum whole system

$$M_1 \cdot v_1 \cdot \cos(\alpha) + M_2 \cdot v_2 \cdot \cos(\beta) \stackrel{!}{=} M_1' \cdot v_1' \cdot \cos(\alpha') + M_2' \cdot v_2' \cdot \cos(\beta')$$

$$M_1 = M_1' = M_2 = M_2'$$

$$X: v_1 \cos(\alpha) + v_2 \cos(\beta) \stackrel{!}{=} v_1' \cos(\alpha') + v_2' \cos(\beta') \quad \text{I}$$

$$Y: v_1 \sin(\alpha) + v_2 \sin(\beta) \stackrel{!}{=} v_1' \sin(\alpha') + v_2' \sin(\beta') \quad \text{II}$$

Conservation of momentum individual systems

$$1: M_1 v_1 \cos(\alpha) + M_1 v_1 \sin(\alpha) \stackrel{!}{=} M_1 v_1' \cos(\alpha') + M_1 v_1' \sin(\alpha')$$

$$2: M_2 v_2 \cos(\beta) + M_2 v_2 \sin(\beta) \stackrel{!}{=} M_2 v_2' \cos(\beta') + M_2 v_2' \sin(\beta')$$

$$v_1 \cos(\alpha) + v_1 \sin(\alpha) = v_1' \cos(\alpha') + v_1' \sin(\alpha') \quad \text{III}$$

$$v_2 \cos(\beta) + v_2 \sin(\beta) = v_2' \cos(\beta') + v_2' \sin(\beta') \quad \text{IV}$$

Stimmt glaube nicht...

$$v_2 \cdot M_2 \stackrel{!}{=} v_1 \cdot M_1$$

$$\frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} M v_2^2 = \frac{1}{2} M v_1'^2 + \frac{1}{2} M v_2'^2 \quad \text{Ekin}$$

$$1 = \frac{|v_2' - v_1'|}{|v_2 - v_1|} \rightarrow |v_2 - v_1| = |v_2' - v_1'|$$

Actor 12

Actor don't extend class with

Actor

GameObject

ImmovableObject

Hole

Wall

laserLeft
laserRight

handleBoundary()
checkWallCheck()
updateWallCheck()
rightUpsetWallCheck()
leftUpsetWallCheck()
rightLowerWallCheck()
leftLowerWallCheck()

MovableObject

drag
SpeedX, SpeedY
tpx, tpy
maxSpeed
velocity
size
position/initialized

move()
collide()
handleCollision()
handleHole()
getters, setters

Ball
act()

CueBall
act()
strivel()

GameLoop

main()
spawnBall()
registerBallCollision()
spawnHole()
registerHoleCollision()

TurnHandler

even Spacing (balancing)
init()
startGame (getAcc, put)
act()
shotTaken, nextTurn

Interface > Participant

create, list of balls
onTurnStart()

~~Human Player~~

Human Player
onTurnStart()
moveEvent()

Spontaneous Player

onTurnStart()
findNearestBall()

Initial Conditions

height, width
center
upperRight, lowerRight
ballSize, holeSize
maxSpeed, sensitivity
drag, raffleight
spacing, offset, holeOffset
isPlacedIn
sprites, ball locations, hole locations
getters, setters

Windenergie I

3.2

a) $E = \frac{C_A}{C_U} = 70$

$C_{p, \text{max}} = 0,32 \checkmark$

b) $P_{\text{mech}} = P_{\text{aero}} \cdot \eta_{\text{mech}}$

$P_{\text{aero}} = \frac{\rho}{2} C_p V_A^3 \cdot \pi \cdot R^2 = 28,45 \text{ kW}$

$P_{\text{mech}} = 79,92 \text{ kW} \checkmark$

c) $\lambda_A = \frac{V_{\text{tip}}}{V_{\text{wind}}} = \frac{2\pi n R}{V_{\text{wind}}}$

$V_{\text{tip}} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$n = 0,4027 \text{ rpm}$

d) $P_{\text{aero}} = \tau_{\text{aero}} \cdot \Omega_{\text{aero}} = M (2\pi \cdot n)$

$M = 77,26 \text{ kNm}$

e) Betz-Optimum: $a = \frac{1}{3}$; $C_s = 49 \cdot (1-a) = \frac{P}{7}$

$S = \frac{\rho}{2} C_s V_{\text{w}}^2 \pi R^2$

$= 9,879 \text{ kW}$

f) $n_{\text{Weitzengang}} = 137,5 \text{ rpm}$

$n_{\text{aero}} = 0,4027 \text{ rpm} = 24,12 \text{ rpm}$

$i = 5,452$

3.3

a) $P_0 = 6,7078 \text{ hPa} \exp\left(\frac{17,08085 \cdot T}{234,775 + T}\right)$; T in °C

$P_0 = 3754 \text{ MPa}$

$R_L = \frac{R_L}{1 - \frac{P_L}{P_0} \cdot (1 - \frac{R_L}{P_0})}$

$R_L = 287,7 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

$\frac{P V}{P_0 V_0} = \frac{M R T}{M R T_0}$

Ideale Gasgleichung: $P_0 = \frac{P}{RT}$ → $P = \frac{P_0 R T}{R T_0}$

$P_f = 7,769 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$P = \frac{P_0 R T}{R T_0}$

Windenergie I

3.3

b) $F_a = \frac{\rho}{2} C_A V_A^2 \cdot A$

Siehe Tabelle auf Blatt

c) $T = 4,7^\circ\text{C} = 277,9\text{ K}$

Nochmal gleiche Rechnung wie in a) um ρ_f zu berechnen,
dann damit neue F_a und F_w berechnen...

d) $Re = \frac{V_{\infty} \cdot L}{\nu}$

$$V_{4,7^\circ\text{C}} = 739,2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot 10^{-7} \quad (\text{Lin. interpolation})$$

$$V_{24,9} = 757,8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot 10^{-7}$$

$$Re_{4,7^\circ} = 5,747 \cdot 10^5 \quad \frac{\text{I}}{\text{kg} \cdot \text{s}}$$

$$Re_{24,9} = 5,069 \cdot 10^5 \quad \frac{\text{I}}{\text{kg} \cdot \text{s}}$$



3.4

a) Profil für die Blattwurzel, weil höhere relative Dicke,
geringere design Re (wenigere Anströmung)

b) $\frac{C_w}{C_A} = E_{\text{opt}} = 0,08696 \quad (\text{völlig anders wie Musterlösung...})$
 $\hookrightarrow$ stimmt aber eigentlich...?)

c) mehr drag bei gleichen Lift $\rightarrow$ ~~geringerer~~ kleinere Re-Zahl!

d) $C_{A, \text{max}} = 7,56$

$$C_{w, \text{min}} = 0,008$$

3

4.7 Windenergie I

- a) 1. Unter V_{cut-in} : Anlage trudelt, Pitchwinkel groß Störgröße
 2. Zone 1: zw. V_{cut-in} und V_{rated} Pitch konst. 0°
 Drehzahl proportional zum Wind
 3. Zone 2: zw. V_{rated} und $V_{cut-off}$ Pitch nimmt mit Wind zu
 Drehzahl im Mittel konstant
 4. über $V_{cut-off}$: Anlage trudelt, Pitchwinkel groß

b) ~~Optimaler Pitchwinkel~~

~~Optimaler Pitchwinkel~~

C_p Unterhalb von V_{rated} konst. ~~ist~~ 0,475 (und über V_{cut-in})

$$P = C_p \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V^3 \cdot \pi R^2$$

Siehe Aufgabsblatt für Diagramm

$$P_{el} = P_{mech} \cdot \eta_g$$

Oberhalb von V_{nom} : $P = 2600 \text{ kW}$ (const.)

Winkel C_s aus Diagramm

$$S = C_s \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot \pi R^2$$

4.2

- a) $C_{p,opt} = 0,48$; $\lambda_{opt} = 9$ (bei $\beta = 2^\circ$) für
restliche
Aufgabe
 $C_{p,opt} = 0,475$; $\lambda_{opt} = 8$ (bei $\beta = 0^\circ$)

b) $C_p(\lambda) = C_m \cdot \lambda$

$$C_{m,opt} = 0,05333$$

$$M = C_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot V_{\infty} = 274,8 \text{ kNm}$$

~~maximale~~

~~Region~~

~~Maximale Region~~

Windenergie I

4.2 b) $P = M \cdot \Omega$

$\Omega = 2\pi n$

$M = \int \omega = k \cdot \Omega^3$ mit $k = \rho_{\text{max}} \frac{P}{2} \pi R^5 \left(\frac{\Omega_{\text{opt}}}{\Omega_{\text{max}}} \right)^3$

Aber wie kommt man auf k ???

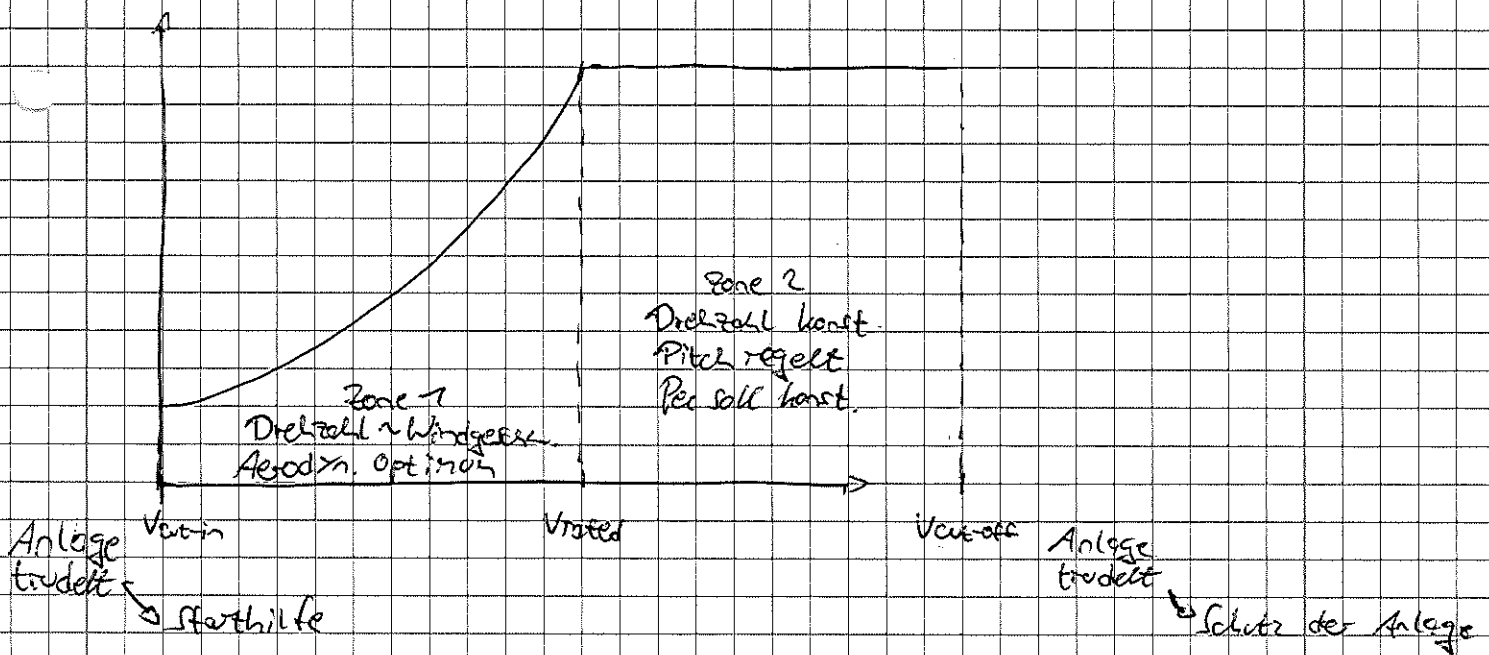
c) $\Omega_g = \frac{\lambda v}{R i_g}$ k mit Formel aus b) berechnen

$n = k \cdot \Omega_g^2$

Siehe Aufgabenteil

$\Omega_{\text{nom}} = \frac{\lambda v_{\text{nom}}}{R i_g} = 2\pi n = 179,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

d) Siehe Aufgabenteil Blatt



e) Siehe Diagramme auf Blatt

f) Wiederschlänker mit vertikaler Achse: $C_p = 0,04 - 0,75$

Auftriebsläufer sind 2-3 Mal effektiver als Wiederschlänker

Auftriebsläufer mit vertikaler Achse: $C_p = 0,4$

Auftriebsläufer mit horizontaler Achse: $C_p = 0,5$

Windenergie II

(4.3)

- a) Bei zu geringer Rotorblatthöhe kann die Reynoldszahl die kritische Reynoldszahl unterschreiten, wodurch die Messungen am Modell nicht mehr vergleichbar wären

$$Re = \frac{v_{rel} l}{\nu}$$

Ähnlichkeit wäre bei $Re < Re_{krit}$ nicht mehr machbar.

Schritt um das Problem zu lösen: größeres Modell

Umgebungsfeld mit kleineren kin. Zähigkeit (Stickstoff statt Luft, Wasser)

b)

Annehmen: $\lambda_1 = \lambda_2$; ~~$\Omega_1 = 2 \cdot \Omega_2$~~ $\Omega_1 = 2 \cdot \Omega_2$

$$Re: \frac{\Omega_1 R_1}{v_{wind}} = \frac{\Omega_2 R_2}{v_{wind}} \rightarrow \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

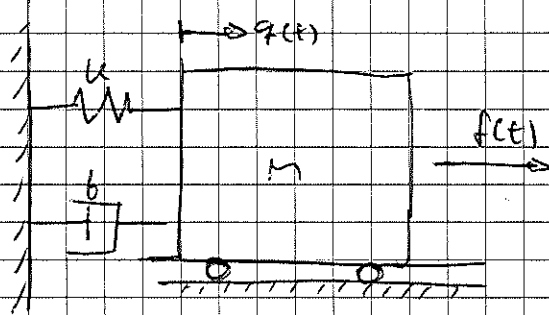
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{1} \rightarrow R_2 = \underline{\underline{2 \cdot R_1}}$$

Mit Bisschen Korrige in Lösung...

$$P: \frac{\frac{\rho}{2} C_p V_{wind}^3 \pi R_1^2}{\frac{\rho}{2} C_p V_{wind}^3 \pi R_2^2} = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{4} \rightarrow P_2 = \underline{\underline{4 \cdot P_1}}$$

Windenergie I

57
a)



b) ~~Wiederholung von a)~~

$$m \ddot{q}(t) + b \dot{q}(t) + k q(t) = f(t)$$

c) $\ddot{q}(t) + \frac{b}{m} \dot{q}(t) + \frac{k}{m} q(t) = \frac{f(t)}{m}$

$$\ddot{q}(t) + 2D\omega_0 \dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = \omega_0^2 U(t)$$

Koeffizientenvergleich:

$$\frac{b}{m} = 2D\omega_0$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\frac{f(t)}{m} = \omega_0^2 U(t)$$

d) Freie Schwingung:

$$\ddot{q} + \frac{b}{m} \dot{q}(t) + \frac{k}{m} q(t) = 0$$

$$\ddot{q} + 2D\omega_0 \dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

Allg. Ansatz: $q(t) = \tilde{q} e^{\lambda t}$

$$\dot{q}(t) = \lambda \tilde{q} e^{\lambda t}$$

$$\ddot{q}(t) = \lambda^2 \tilde{q} e^{\lambda t}$$

Einsetzen:

$$\lambda^2 \tilde{q} e^{\lambda t} + 2D\omega_0 \lambda \tilde{q} e^{\lambda t} + \omega_0^2 \tilde{q} e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda^2 + 2D\omega_0 \lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-2D\omega_0 \pm \sqrt{(2D\omega_0)^2 - 4\omega_0^2}}{2} = \frac{-2D\omega_0 \pm \sqrt{4\omega_0^2(D^2 - 1)}}{2}$$

$$= \frac{-2D\omega_0 \pm 2\omega_0 \sqrt{D^2 - 1}}{2}$$

$$\lambda_1 = -D\omega_0 + \omega_0 \sqrt{D^2 - 1}$$

$$\lambda_2 = -D\omega_0 - \omega_0 \sqrt{D^2 - 1}$$

Windenergie I

5.7

e) $\lambda_1 (D=0) = \omega_0 i$

$\lambda_2 (D=0) = -\omega_0 i$

f) Fälle

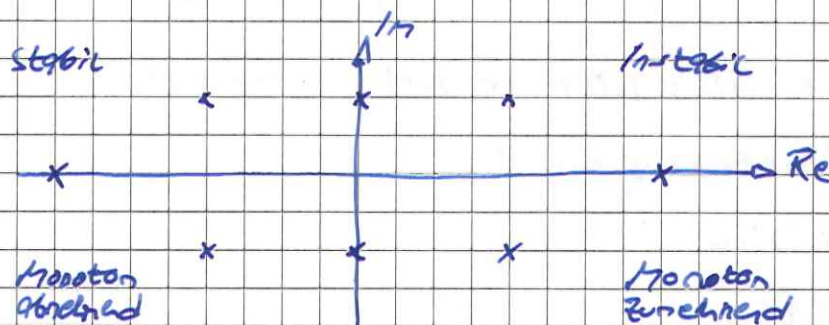
$D \geq \gamma$: $\lambda_{1,2}(D \geq \gamma) = \omega_0 (-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 1}) = -\omega_0 \gamma \rightarrow \text{neg. Realteil}$
 $\lambda_2(D \geq \gamma) = -\omega_0 \gamma \rightarrow \text{neg. Realteil}$

$0 < D < \gamma$: $\lambda_{1,2}(D < \gamma) = -\omega_0 \pm \omega_0 i \rightarrow \text{neg. Realteil}$
 $\text{konj. komplex. Im. Teil}$

$D=0$: $\lambda_{1,2}(D=0) = \pm \omega_0 i \rightarrow \text{kein Realteil}$

$\gamma < D < 0$: $\lambda_{1,2}(D) = \omega_0 \pm \omega_0 i \rightarrow \text{Pos. Realteil}$
 $\text{konj. komplex. Im. Teil}$

$D \leq -\gamma$: $\lambda_{1,2}(D \leq -\gamma) = \omega_0 \text{ bzw. } -\omega_0 \rightarrow \text{Pos. Realteil}$



g) Nicht interessiert! (kommt nicht in Klausur vor)

h) $U(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \alpha)$

Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2,027 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0,3229 \frac{1}{\text{s}}$

Probleme durch Resonanz:

$12,5 \text{ rpm} = 0,2083 \frac{1}{\text{s}}$

$20 \text{ rpm} = 0,333 \frac{1}{\text{s}}$

} Im Bereich der Eigenfrequenz

Dreifache Drehzahl (wegen drei Blättern)

$0,625 \frac{1}{\text{s}} = 7 \frac{1}{\text{s}}$

Nicht in Bereich der Eigenfrequenz

i)
$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \ddot{q}(t) + \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q}(t) + \begin{bmatrix} k_1+k_2+k_3 & -k_2 & -k_3 \\ -k_2 & k_2 & 0 \\ -k_3 & 0 & k_3 \end{bmatrix} q(t) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

Windenergie I

5.2

a)

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \ddot{\vec{z}}(t) + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_1+k_2 \end{bmatrix} \vec{z}(t) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = 0$$

b)

Dämpfung ist meist klein und beeinflusst Eigenfrequenzen kaum und Eigenfrequenzen meist nicht sehr zuverlässig bestimmbar

c)

Ansatz: $\vec{z}(t) = \hat{\vec{z}} e^{i\omega t}$

$$\dot{\vec{z}}(t) = i\omega \hat{\vec{z}} e^{i\omega t}$$

$$\ddot{\vec{z}}(t) = -\omega^2 \hat{\vec{z}} e^{i\omega t}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}}_M \ddot{\vec{z}}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix}}_K \vec{z}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_0$$

$$M(-\omega^2 \hat{\vec{z}} e^{i\omega t}) + K(\hat{\vec{z}} e^{i\omega t}) = 0$$

$$\underbrace{\hat{\vec{z}} e^{i\omega t}}_{\neq 0} (K - M\omega^2) = 0$$

Charakteristisches Polynom

$$\det(K - M\omega^2) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 2k - M\omega^2 & -k \\ -k & 2k - M\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(2k - M\omega^2)^2 - (-k)^2 = 0$$

$$4k^2 - 4kM\omega^2 + M^2\omega^4 - k^2 = 0$$

Subs: $\lambda = \omega^2$

$$\lambda^2 M^2 - \lambda 4kM + 3k^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{4kM \pm \sqrt{(-4kM)^2 - 4 \cdot M^2 \cdot 3k^2}}{2M^2}$$

$$= \frac{4kM \pm 2kM}{2M^2}$$

$$\lambda_1 = 3 \frac{k}{M}$$

$$\lambda_2 = \frac{k}{M}$$

$$\omega_1 = \pm \sqrt{3 \frac{k}{M}}$$

$$\omega_2 = \pm \sqrt{\frac{k}{M}}$$

$$f_{01} = \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$$

$$f_1 = \frac{\sqrt{3 \frac{k}{M}}}{2\pi}$$

$$f_2 = \frac{\sqrt{\frac{k}{M}}}{2\pi}$$

Windenergie I

5.2

d) $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{M}}$

$(k - M\omega^2) \hat{q} = 0$

$(k - M\frac{\omega^2}{h}) \hat{q} = 0$

$\begin{bmatrix} 2h-3h & -h-0 \\ -h-0 & 2h-3h \end{bmatrix} \hat{q} = 0$

$\begin{bmatrix} -h & -h \\ -h & -h \end{bmatrix} \hat{q} = 0$

EV $\hat{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

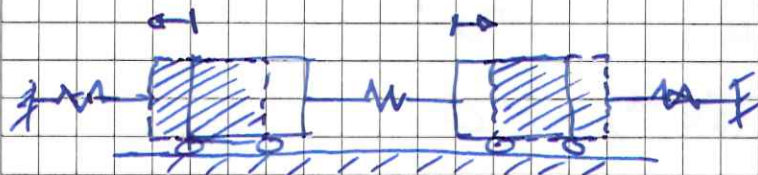
$(k - M\frac{\omega^2}{h}) \hat{q} = 0$

$\begin{bmatrix} 2h-h & -h-0 \\ -h-0 & 2h-h \end{bmatrix} \hat{q} = 0$

$\begin{bmatrix} h & -h \\ -h & h \end{bmatrix} \hat{q} = 0$

$\hat{q}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

e)



5.3

a) Art und Zeitverlauf	Massenkraft	Einwirkung der Umgebung	Betriebszustände
konstant (stationär) 	Eigengewicht, Fliehkraft, Schwerkraft	Rotorhub aus der Mittlere Windgeschw., Meeresströmung, Temperatur	Rotordrehung
kurzzeitig (transient) 	Bromskräfte	Windböe	Bremsen, zu- und Abschalten des Generators, Netzstörung
Regelmäßig (periodisch) 	Massenwert	Turnvorstellung, Schrägströmung	Aerodyn. Unwucht, Phase-Lock- Schluss am Generator
Regellos (stochastisch) 	/	Windturbulenz, Seeegang, Erdbeben	/

Windenergie I

5.3

$$b) \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \ddot{q}(t) + \begin{bmatrix} h_1+h_2+h_3 & -h_2 & -h_3 \\ -h_2 & 2 \cdot h_2 & -h_2 \\ -h_3 & -h_2 & h_2+h_3 \end{bmatrix} \dot{q}(t) = 0$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \ddot{q}(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -6 \\ 0 & -6 & 6 \end{bmatrix} \dot{q}(t) + \begin{bmatrix} h_1+h_2+h_3 & -h_2 & -h_3 \\ -h_2 & h_2+h_3 & -h_3 \\ -h_3 & -h_2 & h_2+h_3 \end{bmatrix} q(t) = \begin{bmatrix} U(t) \cdot h_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \ddot{q}(t) + \begin{bmatrix} 2h + \sqrt{2}h + (4-\sqrt{2})h & -\sqrt{2}h & -2h \\ -\sqrt{2}h & (4-2\sqrt{2})h + 2\sqrt{2}h & -\sqrt{2}h \\ -2h & -\sqrt{2}h & 2h + 2\sqrt{2}h + (4-\sqrt{2})h \end{bmatrix} \dot{q}(t) = \begin{bmatrix} U(t) \cdot (4-\sqrt{2})h \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} U(t) \cdot (4-\sqrt{2})h \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \ddot{q}(t) + \begin{bmatrix} 6\sqrt{2} & -2 & -2 \\ -\sqrt{2} & 4 & -\sqrt{2} \\ -2 & -\sqrt{2} & 6\sqrt{2} \end{bmatrix} \dot{q}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ f_1(t) \\ (4-\sqrt{2})h U(t) \end{bmatrix}$$

6.4

6.7 Siehe Aufgabblatt

6.2

a) $\lambda_{\text{norm}} = 7 = \frac{V_{\text{tip, norm}}}{V_{\text{hub, norm}}} \rightarrow V_{\text{tip, norm}} = 84 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \lambda_a \cdot R$

$\lambda_a = 2\pi \cdot n_a$

$n_a = 0,1737 \frac{1}{\text{s}} = 10,38 \text{ RPM}$

b) $P_{\text{norm}} = C_p \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V_{\text{norm}}^3 \cdot R^2 \cdot \pi = 9,927 \text{ MW}$

c) $n_{\text{ane}} = 10,38 \text{ RPM}$

$M_{\text{ane}} = \frac{P_{\text{norm}}}{\omega_{\text{ane}}} = 9,727 \text{ MNm}$

$n_{\text{mit}} = 579,0 \text{ RPM}$

$M_{\text{mit}} = \frac{P_{\text{norm}} \cdot \omega_{\text{ane}}}{\omega_{\text{mit}}} = 177,1 \text{ kNm}$

d) Schnelllaufender Generator

Mittelschnelllaufender Generator

- + Nur Drehmoment wird übertragen (Trennung der statischen Funktionen)
- + Alle Komponenten zugänglich
- + Integration des hinteren Rotorlagers, verkürzte Baulänge
- + Geringeres Turmhauptgewicht

- + Weniger Verschleiß, höhere Zuverlässigkeit
- + Leichte Bauweise, geringe Abmessungen
- + Integration aller Komponenten $\rightarrow$ geringes Gewicht
- + Billiger in Entwicklung

- kein Universalgetriebe von Wonders übernehmbar (wegen Rotorlagerung)
- Mögliche Beeinträchtigung durch Biegung
- konstruktive Mängel

- Auslegung mit hohem Drehmoment
- schwerer und teurerer Generator
- Reparatur meist nur mit Demontage des GEF

Windenergie trägt zur Reduzierung von Treibhausgasemissionen bei und ist daher ein wesentlicher Bestandteil einer nachhaltigen ~~Energieversorgung~~, also keep going!



Weitermachen! Weitermachen!
Los jetzt! man muss einfach anfangen!



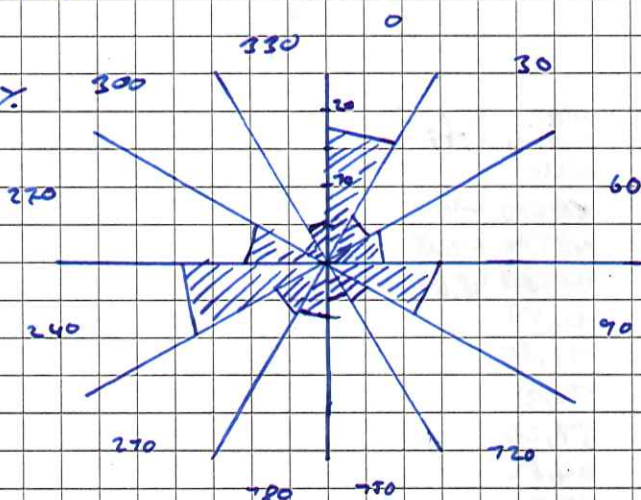
Windenergie I

2.1

- a) Sie entstehen durch unterschiedliche solare Erwärmung der Erde
- Unterschiedliche Druckgradienten
 - Corioliskraft

b)

Häufigkeit in %



Energie in kWh/jahr/m² kommt herkömmlich nicht dran

$$\bar{U}^3 = A^3 \Gamma \left(1 + \frac{3}{k} \right) ; E = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^3$$

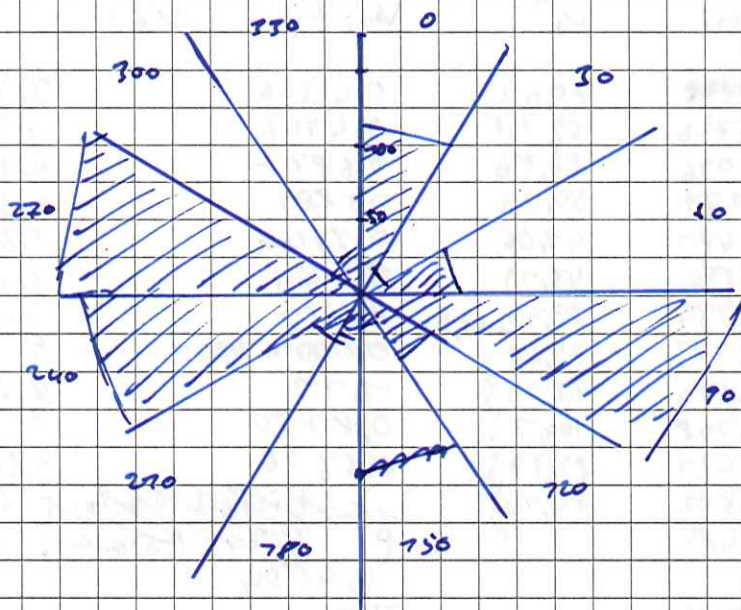
Mit $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} dt$

Beispiel in Sektor 0: $k=1,5$; $A=4,0$

$$\bar{U}^3 = 728 \frac{m^3}{s^3}$$

$$E_i = 78,59 \frac{W}{m^2}$$

$$E = E_i \cdot f_i \cdot T_i = 78,59 \cdot 0,773 \cdot 8760h = 779,7 \frac{kWh}{jahr \cdot m^2}$$



c) Rayleigh-Verteilung entspricht der Weibull-Verteilung mit

Formfaktor $k=2$

Windenergie I

Aufgabe 3

2.2

9) $\bar{U}^3 = A^3 T \left(1 + \frac{2}{h}\right) = A^3 \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\left(1 + \frac{2}{h}\right) - 1} dt$
 $E = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^3$

Sektor:	Richtung	mittl. Leistungsdichte E_{fi}
1	0	24,4
2	0	24,38
3	0	48,69
4	1	24,57
5	1	72,85
6	1	72,2
7	1	37,24
8	1	64,82
9	1	67,77
10	0	77,88
11	0	25,75
12	0	33,02
Σ		473,9

Gewichtung der Anteile (geben zusammen nicht 100% sondern 102,5%.)

$473,9 \cdot 1,075 = 507,9775 = E_{ges}$

6) $\frac{U^2}{U^2} = \frac{v_m^2}{\bar{U}^2} = \frac{A T \left(1 + \frac{2}{h}\right)^2}{\left(A^3 T \left(1 + \frac{2}{h}\right)\right)^2} = 0,877$

Aus Tabelle: $P_{BS} = 507,9775$

Sektor	v_{mi}	$\bar{U}_i^2$	$v_{mi} f_i$	$\bar{U}_i^2 f_i$
0	2,726	7,446	0,4326	3,927
1	2,726	7,446	0,4326	3,927
2	7,096	50,35	0,6877	6,172
3	8,277	68,51	0,5889	4,562
4	6,477	41,96	0,7744	7,628
5	5,150	26,51	0,3264	2,575
6	5,934	35,21	0,6600	5,184
7	7,773	60,38	0,0007	0,007
8	7,894	62,31	1,11	9,617
9	7,708	59,41	0,8750	70,36
10	9,277	86,05	0,5696	9,886
11	8,502	72,28		
12	8,482	71,93		

Σ 101,5 7,74 72,79

Normalisiert: 7,626 77,77

Ablese aus Tabelle BS: $k = 2,786$

$A = 8,1$

Windenergie I

2.2

b) Aus Tabelle B2 mit $k: F_E(k) = 6,568$

$$E = A^3 \cdot F_E(k) = 4,792 \frac{\text{Wh}}{\text{m}^2 \text{a}}$$

$$= 478,6 \frac{\text{Wh}}{\text{m}^2}$$

Fest das gleiche wie in a) mit $E = 4,792 \frac{\text{Wh}}{\text{m}^2 \text{a}}$

2.3

a) $g = 1, k$

Ablezen aus Tabelle ergibt: $A = 8,0$; $k = 2,76$

Sonst wohl mit "Zuhilfenahme der gestellten Excel-Tools" ...

b) $V(10\text{m}) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $V(37,6\text{m}) = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)}$$

$$z_0 = 0,7003\text{m}$$

c) Log. Profil: $h_{\text{max}} = 78\text{m}$

$$V_2 = 77,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Potenzgesetz

$$V_2 = V_1 \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^k$$

k mit zwei vorherige berechnen:

$$V_2 = 77,97 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k = 0,7939$$

Nur leichter Unterschied je nach Verfahren

d) Bei gleichem Standort: k unverändert: $k = 2,76$

$$A_2 = A_1 \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)} = 77,77$$

(Methöhe 77,7 m)

e) $V_m = A \cdot T \left(1 + \frac{T}{k} \right) \approx A \left(0,568 + \frac{0,429}{k} \right)^{1/4}$

$$V_m = 9,837 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T(V \leq V_m) = F(V_m) \cdot T \cdot \eta_{\text{max}}$$

$$= \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{V_m}{A}\right)^k\right) \right) \cdot 8760\text{h} \cdot \eta_{\text{max}}$$

$$= 4699\text{h}$$

hier $\Rightarrow$ (Annahme)

f) Nur mit Excel-Berechnungstabelle

g) ~~Wirkungsgrad~~ Verluste
Abschattungs-Verluste
Motorenverluste
oder "Verfügbarkeit der Anlagen"

Eigenverbrauch durch Betriebsgebäude, Heizung, Steuerung, ...
Elektrische Verluste
Energieverbrauch
Elektronikverluste
El. Verluste durch Verkabelung, Transformatoren, ...

Windlogie I

(2.3)

h) Geeignet bei $C_{ap} \approx 20\% - 70\%$

$$AEP = 9,7 \frac{\text{GWh}}{\text{Jahr}}$$

$$C_{ap} = \frac{AEP}{P_{Nenn} \cdot 9} = 55,37\%$$

✓

Ist geeignet!

(2.4)

a) $h_{mess} = 74,9 \text{ m}$

$$A = 2,8 \quad k = 7,04$$

b) $A_{Wise} = A(h_{mess}) \frac{\ln(\frac{z_1}{z_0})}{\ln(\frac{z_1}{z_0})} = 4,073$

$h_{Wise} = k(h_{mess})$ weil gleicher Standort

c) $V_m = AT^{(1 + \frac{1}{k})}$

$$\approx A(0,568 + \frac{0,432}{k})^{z_k} = 4,075 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) $T(V \geq V_m) = (F(V_{cut-off}) - F(V_m)) \cdot T \cdot M_{max}$

$$F(25 \text{ m/s}) = 1 - \exp(-(\frac{25}{A})^k) = 0,9986$$

$$F(4,073 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 0,6266$$

$$T(V \geq V_m) = 3226 \text{ h}$$

e) AEP mit Excel-Vorlage berechnen... $AEP = 3546870 \text{ kWh}$

f) $T_{voll} = \frac{AEP}{P_{Nenn}} = 7478 \text{ h}$

$$C_{ap} = \frac{T_{voll}}{P_{760h}} = 76,87\%$$

Klausurvorbereitungsmittel

Kurzfrage ~~Wiederholungs~~ 20 Min

- Vier Möglichkeiten, eine richtig
- keine Hilfsmittel

Reakteil

30 Min (2-4 Aufgaben)

- Aufgabensammlung zur guten Vorbereitung
- TR erlaubt
- Selbst erstellt (auch digital) 4 Seiten
- Nur Ergebnisse werden bewertet - Einheiten wichtig!!!
- Zwischenergebnisse werden gegeben
- Eigenes Papier mitbringen

Gonnet-Näherung für V_m ist erlaubt

Log / Potenzgesetz: z_0 Werte werden gegeben

Profil-Diagramm kennen: wie hoch der Pitch bei

Frage zur Klausur bis mind. Freitag

Geobereich für Diagramme

kommt aber nicht so oft wie
oder in 2.7 vor
(Stallgeregelten)

Pitch-gezeigten Anlage
eingestellt
werden?

Windenergie I

3.1

a) $C_{a,opt} = 0,52$ $\alpha_{opt} = 7^\circ$ (Aus Diagramm)

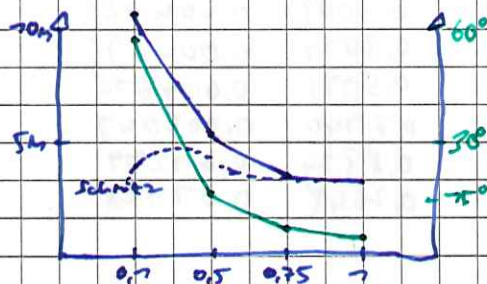
$C_{a,opt} = 0,057$ (Aus Diagramm)

$\frac{F}{C} = E = \frac{C_A}{C_W} = 9,723$

b) $t(r) = 2\pi R \frac{F}{E} \frac{R}{a} \frac{1}{C_A} \left(\lambda_a \sqrt{\lambda_a^2 \left(\frac{F}{R} \right)^2 + \frac{4}{9}} - 1 \right)$

$(R/r)^2$	$t(r)$	α_{opt}
0,1	11,63 m	58,77°
0,5	5,780 m	76,46°
0,75	3,623 m	9,504°
1,0	2,767 m	5,529°

$\alpha_{opt} = \arctan \left(\frac{F}{R} \lambda_a \cdot \frac{1}{R} \right) - \alpha_A$



c) Nach Betz werden keine Blattspitzenverluste berücksichtigt -

Größte Leistung wird an der Blattspitze erzeugt, also wird das Blatt nach Profiltiefe und Bauwinkel an der Blattspitze dimensioniert.

$(R/r)^2$	$t(r)$	α_{opt}
1,0	2,767 m	5,529°

d) Vert. der möglichst nah an der Spitze liegt

$\frac{F}{R}$	$t(r)$	α_{opt}
0,75	3,623 m	9,504°

3.2

a) $E = \frac{C_A}{C_W} = 10 \rightarrow C_{p,neu} = 0,37$ (Aus Diagramm)

b) $P_{neu} = P_{geo} \cdot \eta_{getr} = \frac{\rho}{2} C_{p,neu} \cdot V_{\infty}^2 \cdot \pi R^2 \cdot \eta_{getr} = 19,29 \text{ kW}$

c) $\lambda = \frac{V_{tip}}{V_{\infty}} = \frac{2\pi n R}{V_{\infty}} \rightarrow n = 0,4027 \frac{1}{s}$

$V_{tip} = 24 \frac{m}{s}$

d) $P_{mech} = M_{gen} \cdot \Omega_{gen}$ mit $\Omega_{ge} = 2,526 \frac{rad}{s}$

$M_{gen} = 7,637 \text{ kNm} \cdot \eta_{getr} = 10,97 \text{ kNm}$

e) Ideale Abbremsung nach Betz: $C_s = \frac{8}{9}$

$F_x = \frac{\rho}{2} C_s V_{\infty}^2 \cdot \pi \cdot R^2 = 9,879 \text{ kN}$

f) $n_{wz} = 737,5 \text{ rpm} = 2,792 \frac{1}{s}$

$i = \frac{n_{Antriebsmotor}}{n_{wz}} = 7:5,457$

Windenergie I

3.3

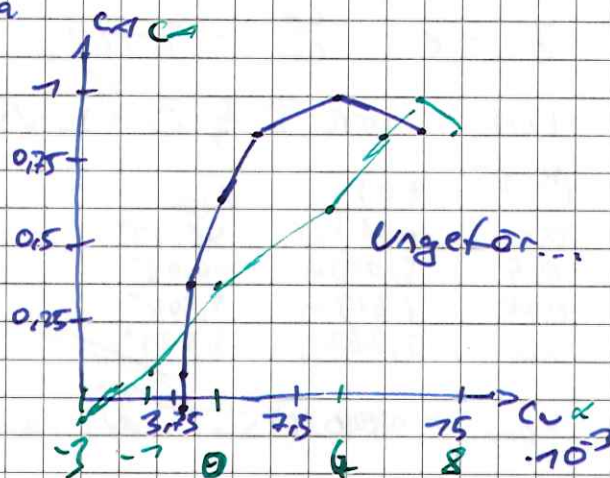
$$pV = nRT \rightarrow p = \frac{p}{RT} = 7,764 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$R_f = (1.7) = 288,3 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$P_d = (7.2) = 37,54 \text{ HPa}$$

b)

$\alpha [^\circ]$	C_a	C_w
	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}$
-3	-0,09558	0,004788
-1	0,7003	0,004788
1	0,3077	0,004296
4	0,5993	0,004678
6	0,7944	0,005047
7	0,8374	0,07299
8	0,7648	0,07428



c) $T = 4,7^\circ\text{C} = 277,9^\circ\text{K}$

$$p = \frac{p}{RT} = 7,252$$

$$R_f = 287,4 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} ; P_d = 4,548 \text{ HPa}$$

$$F_a = C_a \cdot \frac{\rho}{2} v_1^2 \cdot b \cdot t$$

Berechnung aller neuer Kräfte über $F_{\text{neu}} = F_{\text{alt}} \cdot \frac{p_{\text{neu}}}{p_{\text{alt}}} = 7,076$

d) $Re = \frac{v_{\text{alt}}}{\nu}$

Lineare interpolation: $v_{24,9^\circ} = 757,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-3}$
 $v_{4,7^\circ} = 739,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{-3}$

$$Re(24,9^\circ\text{C}) = 5,07 \cdot 10^5$$

$$Re(4,7^\circ\text{C}) = 5,747 \cdot 10^5$$

Wind I

3.4 a) ~~Wahrscheinlichkeit~~

Größere relative Dichte $\rightarrow$ Struktur weiter im Vordergrund

Größerer $C_a \rightarrow$ Geringere erwartete Anströmgeschwindigkeit

Position an Rotornabe! (oder "Blattwurzel")

b) $E = \frac{C_a}{C_w} = 723,5$ (Ablesen)

c) ~~Bestmögliche Anströmgeschwindigkeit~~

Mehr Drag in Optimum $\rightarrow$ turbulenter $\rightarrow$ ~~geringerer~~

Weniger Lift bei gleichem Winkel $\rightarrow$ laminar $\rightarrow$ ~~geringerer~~

Widerspruch...?

d) $C_{a,max} = 7,6$ $C_{w,min} = 0,008$ (Abgelesen)

4.7 a) $0 < v < v_{cut-in}$

Starthilfe, Pitchwinkel groß

$v_{cut-in} < v < v_{cut-off}$

Statische Anlage möglichst effizient, Pitch $\rightarrow$ nimmt zu

~~Wahrscheinlichkeit~~ $\rightarrow$ Höchsteffizienz bei v_{opt} , Pitch 0°

$v < v_{cut-off}$

Schutz der Anlage, Pitchwinkel groß

b)	$v [m/s]$	$n_g [rpm]$	λ	$\beta [^\circ]$	C_p	C_s	$P_{el} [kW]$	$S [kN]$
	5	70,75	8,5	-2	0,47	0,78	0,7778	60,04
	7	74,20	8,5	-2	0,47	0,78	0,4775	77,7
	70	78,00	8,5	-2	0,46	0,74	7,345	227,8
v_{nom}	72	78,00	6,283	0	0,47	0,78	2,000	200,0
	76	78,00	4,772	10	0,1669	0,27	2,000	765,5
	20	78,00	3,77	16	0,0836	0,72	2,000	747,8
	25	78,00	3,076	23	0,04376	0,045	2,000	86,59

Windenergie I

4.2

- a) Ablesen wo peak ist : $\lambda_1 = 8$; $C_{p1} = 0,475$
 $\lambda_2 = 9$; $C_{p2} = 0,48$

b) $P_{mech} = M_{gen} \cdot \Omega_{gen}$

$\frac{\rho}{2} C_{p12} v_{\infty}^3 \pi R^2 \eta_{getr} = M_{gen} \cdot \Omega_{gen}$

$\Omega_{gen} = \frac{v_{tip}}{R} = \frac{v_{\infty} \cdot \lambda}{R}$
 $\lambda = \frac{v_{tip} \cdot R}{v_{\infty}}$

$M_{gen} = (\frac{\rho}{2} C_p (\frac{v_{\infty} R}{\lambda})^3 \pi R^2) : (\Omega_{gen})$

~~$M_{gen} = \frac{\rho}{2} C_p \frac{v_{\infty}^3 R^5}{\lambda^3} \pi$~~

~~$M_{gen} = \frac{\rho}{2} C_p (\frac{v_{\infty} R}{\lambda})^3 \pi R^2$~~

$M_{gen} = \frac{\frac{\rho}{2} C_p (\frac{v_{\infty} R}{\lambda})^3 \pi R^2}{\Omega_{gen}}$

$= \frac{\rho}{2} C_p v_{\infty}^3 R^5 \pi / \lambda^3 \cdot \Omega_{gen}^2$

$= k \cdot \Omega_{gen}^2$

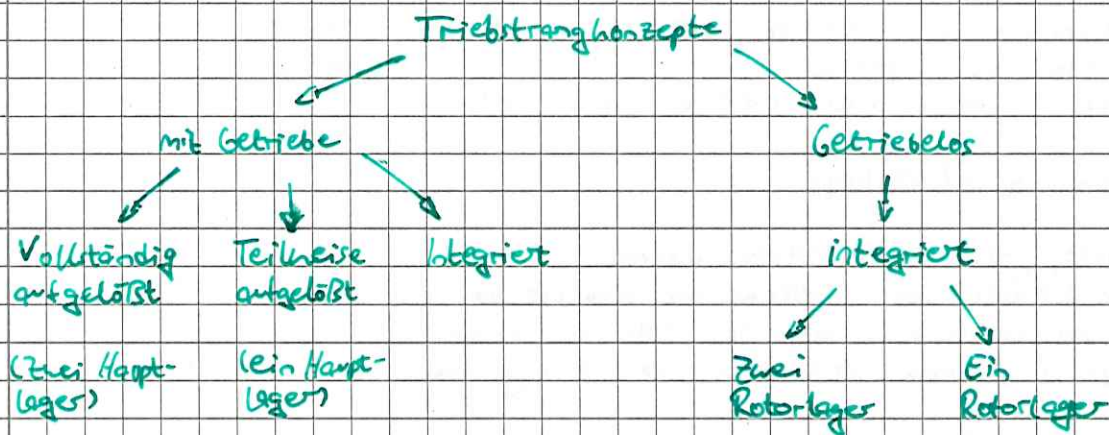
c) $k = \frac{\rho}{2} C_p (\frac{v_{\infty}}{\lambda})^3 \pi R^5$

$= M_{gen} \cdot \Omega_{gen} \cdot \eta_{getr}$

$v [\frac{m}{s}]$	k_1, k_2	Ω_{g1}	Ω_{g2}	M_{g1}	M_{g2}	P_{el1}	P_{el2}
5	2,27 7,67	59,69	67,75	8,008	7,265	0,4735	0,4785
7	2,27 7,67	83,57	94,02	15,85	14,24	1,299	1,373
9	2,27 7,67	107,44	120,9	26,27	23,54	2,762	2,797
9,222	2,27 7,67	118,5	/	29,25	/	3,339	/
9,75	2,27 7,67	126,4	137,0	29,25	27,63	3,339	3,548
10	2,27 7,67	139,4	134,3	29,25	29,06	3,425	3,828

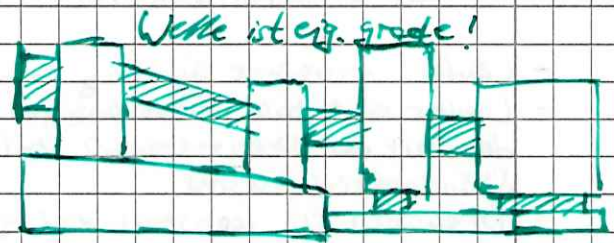
~~Handwritten notes in green ink:~~
~~Handwritten notes in green ink:~~
~~Handwritten notes in green ink:~~

Windenergie I



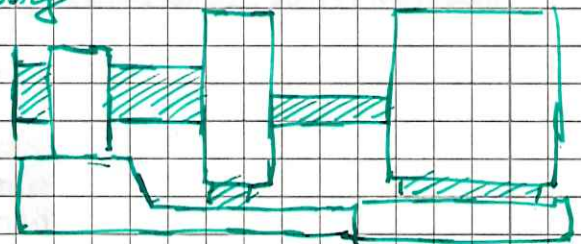
Vollständig aufgelöst

- Triebstrang-Komponente hintereinander auf Bodenplattform angeordnet
- Lange Rotorwelle mit zwei Hauptlagern



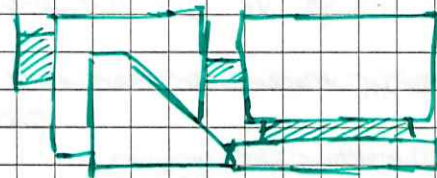
Teilweise aufgelöst

- Lange Rotorwelle mit drei-Punkt-Lagerung



Integrierter Triebstrang

- Kraftfluss-optimierter Maschinenträger
- Nur ein Rotorlager
- Schnelllaufender doppelt gespeister Antriebsgenerator
- Rotornabe über Hauptlager direkt mit Getriebe verbunden



Getriebelese Anlage

- Hochgradig integriert
- Rotor- und generatorläufer durch zwei Lager auf feststehendem Achszapfen oder am Maschinenträger gelagert (sehr steifer Aufbau)
- Kompakte Bauweise in sub-kW-Klasse

Transformator

- Ausgangsspannung des Generators auf von 690V auf 70-16kV hebt (Mittelspannung)
- Trocken oder mit Öl gefüllt
- kann aber in Gondel oder an Pylon verbaut sein

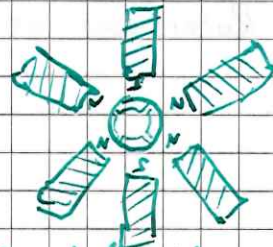
Mittelspannung Schaltanlage

- Luft isoliert / gasisoliert / feststoffisoliert
- Mehrere Schaltfelder: bestehen aus Kabelfeldern und einem Trafofeld
- Kabelfelder verbinden benachbarte WEAs im Windpark
- Leistungs/lasttrennschalter trennt bei Störung Generator von Netz

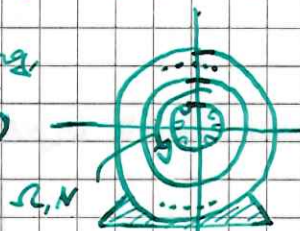
Synchrongenerator

- Bei 50Hz Wechselstrom Wehrt des Magnetfeld 50-60 = 1000 mal pro min
- Anordnung von z.B. drei Spulen zur Induktion eines Magnetfelds
- 4-Poliger Generator: 2 Polpaare (= 6 Spulen)
↳ Synchrondrehzahl: 1500 rpm

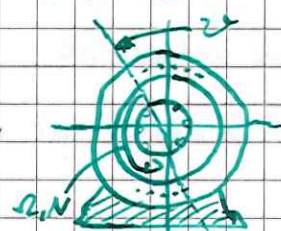
- Läufer induziert Spannung in Ständer
- Läufer eilt mit lastabhängigen Polradwinkel dem mit der Netzfrequenz umlaufenden Ständerfeld voraus
- Drehzahl ist konstant und gleich der Synchrondrehzahl



- In WEA keine direkte Netzhopfung, weil zu "steil" (keine Drehzahlelastizität, keine Dämpfung)



Leerlauf: kein Last
Polradwinkel 0°



Lasttrieb: Vorwärt
0° < Polradwinkel < 90°

Asynchrongenerator

- Gut für WEAs geeignet, wegen geringfügiger Drehzahlflexibilität
- Ständer mit Netz verbunden induziert Spannung in Läufer, wenn dieser sich schneller als das umlaufende Ständerfeld dreht.
- Rotormagnetfeld induziert Strom in Stator
- Strom hängt von der Differenzdrehzahl ab ("Schlupf")

Blattauswahlkonzepte

REB

REB

Blatt aus Netz
gegründet
Blatt aus Netz
Blatt aus Netz

Blatt aus Netz

Derzeit verwendete Konzepte für Netzeingehoppelte LEA

Direkt ans Netz gehoppelt (drehzahlsteif), Blindleistungsbedarf	Stall-geregelt, kein Pitch Dyn. Schlupfreg. mit / ohne Pitch	ASG SG	
Direkt ans Netz gehoppelt (Drehzahlvariabel) Pitchverstellung			Hydrostatische oder Hydrodynamische Drehzahlvariabilität
Über Umrichter ans Netz gehoppelt (Drehzahlvariabel) $n_{max}/n_{min} \approx 2:1$ kein Blindleistungsbedarf	Pitch-Verstellung	ASG mit Teilumrichter	El. erregter SG Vollumrichter
		ASG mit Vollumrichter	Synchrongenerator mit Perennetmagnetenerregung und Vollumrichter.

① Traditionell dänisches Konzept

- Direkte Netzhopplung eines Asynchrongenerators
↳ Das Netz erzwingt konstante Drehzahl
- Kombination mit Polenschaltbarem Generator (2. Drehzahlen)
- Stall- oder Aktiv-Stallgeregelung

② Asynchrongenerator mit Schlupfregelung

- Direkte Netzhopplung eines Asynchrongenerators
- Drehzahlvariabilität von 0% ~~100%~~ bis 110%
- Pitchregelung

③ Doppelt-gepaarter Asynchrongenerator

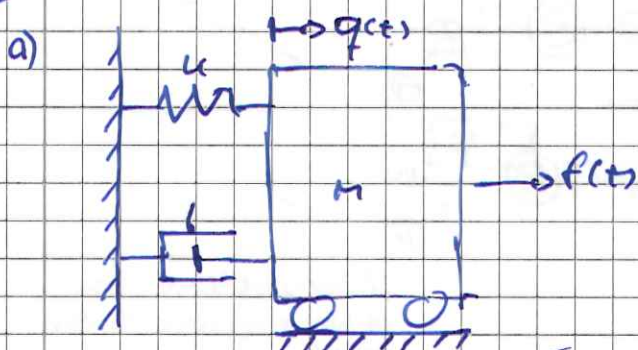
- Direkte Netzanbindung des Stators eines Asynchrongenerators
↳ Im Stator ist Netzfrequenz
- Umrichter zwischen Asynchrongenerator Rotor und dem Netz
- Volle Drehzahlvariabilität von -33% bis +33%
- Pitchregelung

④ Synchrongenerator mit variabler Drehzahl und Vollumrichter

- Drehmoment wird über die Erregung geregelt
- Vollumrichter ermöglicht Einspeisung mit konstanter Netzfrequenz

Windenergie I

57



b)

$$m \ddot{q} + b \dot{q} + k q = f(t)$$

c)

$$\ddot{q}(t) + 2D\omega_0 \dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = \omega_0^2 u(t)$$

$$\ddot{q}(t) + \frac{b}{m} \dot{q}(t) + \frac{k}{m} q(t) = \frac{f(t)}{m}$$

Koeff. vergl.

$$2D\omega_0 = \frac{b}{m} \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \omega_0^2 u(t) = \frac{f(t)}{m}$$

d) Ansatz: $q(t) = \hat{q} e^{\lambda t}$

$$\dot{q}(t) = \lambda \hat{q} e^{\lambda t}$$

$$\ddot{q}(t) = \lambda^2 \hat{q} e^{\lambda t}$$

$$\lambda^2 \hat{q} e^{\lambda t} + \frac{b}{m} (\lambda \hat{q} e^{\lambda t}) + \frac{k}{m} \hat{q} e^{\lambda t} = 0$$

Freie Schw.

$$\underbrace{(\hat{q} e^{\lambda t})}_{\neq 0} \left(\lambda^2 + \frac{b}{m} \lambda + \frac{k}{m} \right) = 0$$

$$\lambda_1 = -\omega_0 (\sqrt{d^2 - 1} + d)$$

$$\lambda_2 = \omega_0 (\sqrt{d^2 - 1} - d)$$

6.2

a) λ aus Diagonale $\lambda_{\text{nem}} = 7$

$$\lambda = \frac{\Omega \cdot R}{v_{\text{wind}}} \Rightarrow \Omega_{\text{nem}} = 7,084 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 70,35 \frac{\text{rpm}}$$

b) $P_{\text{nem}} = \frac{\rho}{2} v_{\text{nem}}^3 \pi R^2 \cdot C_p = 9,986 \text{ MW}$

c) $n_{\text{gen, ohne}} = 0,7725 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 7,084 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$n_{\text{ge, mit}} = 8,625 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 54,79 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$P_{\text{geo}} \cdot \eta_{\text{ge, mit}} = M_{\text{ge}} \cdot \Omega_{\text{ge}}$$

$$M_{\text{ge, ohne}} = 9,986 \text{ MNm}$$

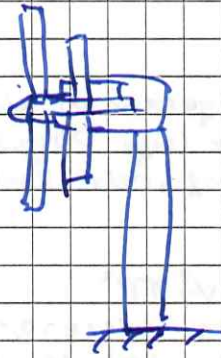
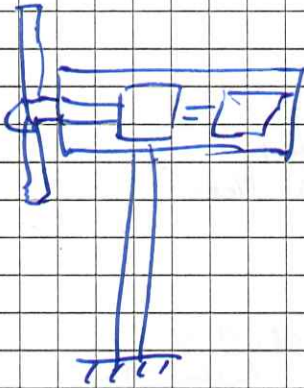
$$M_{\text{ge, mit}} = 0,7727 \text{ MNm}$$

Windenergie I

6.2

d) Schnelllaufender Generator: Höherer Verschleiß, aber geringerer Turmkopfgewicht und bessere Wertbarkeit, da nur Drehmoment übertragen wird

Mittelschnelllaufender Generator: Geringerer Verschleiß, aber höheres Turmkopfgewicht, ~~schlechtere~~ schlechtere Wertbarkeit wegen höherer Integration der Komponenten



Windenergie I GDP 2024

Fragenstil

1. Individual pitch control
2. Pfahlgründung
3. 76/27
4. Gelb / neutral / stabil
5. Siehe FS
6. Turmvorbau
7. Bis Vent-off
8. keine Windnachführung nötig
9. Formfaktor $k=2$ fest, sonst nur Verlauf der mittl. Windgeschw.
10. Laminar weniger Reibwiderstand, weniger Auftrieb
↳ löst schneller ab.
11. $V_2 = \frac{2}{3} V_1$; $V_3 = \frac{1}{3} V_1$
12. Pitch
13. Cm Momentenbeiwert
14. Häufigkeitswert der Windgeschw. an einem Ort
15. Geostrophischer Wind über lange Distanz konstant
16. Nimmt ab, mehr durch Reibung, mehr Rauigkeit im Meer
17. Einblatt
18. Sinkt
19. $\frac{P_{\text{rotor}}}{P_{\text{wind}}}$ mit $P_{\text{wind}} = \frac{1}{2} \rho V^3 \pi R^2$
20. Wüste: 0,007m Meer: 0,07m Wiese: 0,7m Wald: 7m
Wüste: 0,007m Wiese: 0,07m Holz bewachs: 0,7m Wald: 7m
21. Gleitrollsteige gleitv-fährt
22. Blattspitze
23. $C_{\text{ap}} = \frac{AEP}{P_{\text{Nenn}} \cdot 8760h} = \frac{T_{\text{von}}}{8760h}$ 20% - 70%

Aufgabe 7

$z_0 = 0,07m$ $h_{nase} = 705m$ $\alpha = 0,089$ $P_{nenn} = 3,45MW$
Betriebsbereich $2\frac{m}{s} \leq v \leq 79\frac{m}{s}$ $\eta_{tot} = 0,96$

a) $h_{nass} = 70,9m$ $A_{nass} = 4,7\frac{m^2}{s}$ $k_{nass} = 7,97$

b) $A_{nase} = A_{nass} \cdot \frac{\ln(\frac{z_0}{z_0})}{\ln(\frac{z_0}{z_0})} = 6,222\frac{m^2}{s}$ $k_{nase} = 7,97$

c) $V_m \approx A(0,568 + \frac{0,434}{k})^{1/4} = 5,574\frac{m}{s}$

d) $F(V_m) = 1 - \exp(-(\frac{V_m}{A_m})^{k_m}) = 0,5435$

$T(V \in V_m) = F(V_m) \cdot \text{Zeitraum} \cdot \eta_{tot} = 4586\frac{h}{\text{Jahr}}$

e) Mittl. Windgeschw. für alle Vektoren, dann noch Freq.

Sektor 750 hat die höchste Energieproduktion

f) $C_p = \frac{AEP}{P_{nenn} \cdot 8760h}$ $T_{vork} = \frac{AEP}{P_{nenn}}$

$\beta = 7,225\frac{h}{\text{Jahr}}$ $C_p = 0,39$ $P_1 = 3MW$ $R_1 = 48m$ $P_2 = 5MW$

g) $P_{nenn} = \frac{\rho}{2} C_p V_{nenn}^3 \pi R^2 \Rightarrow V_{nenn} = 43,67m/s$ (bisschen hoch...?)

h) $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{P_2 / \frac{\rho}{2} C_p V_{nenn}^3 \pi}{P_1 / \frac{\rho}{2} C_p V_{nenn}^3 \pi}} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}$

$R_1 = 367,97m$

i) Gleiches Vorgehen: $\frac{F_{s1}}{F_{s2}} = \frac{\frac{\rho}{2} C_p V_{nenn}^3 \pi R_1^2}{\frac{\rho}{2} C_p V_{nenn}^3 \pi R_2^2} = (\frac{R_1}{R_2})^2$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{P_{nenn} \cdot \eta_{gear} / \eta_{gen}}{P_{nenn} \cdot \eta_{gear} / \eta_{gen}} = (\frac{R_1}{R_2})^2$

$M_{gondel} \sim R^3$ (in etwa)

$\frac{V_{tip1}}{V_{tip2}} = \frac{R_1 R_2}{R_2 R_1}$

Aufgabe 2

$$z = 3 \quad n_{\text{nom}} = 77,3 \text{ rpm} \quad V_A = 17,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \lambda_A = 7,2 \quad P = 7,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \eta_{\text{el}} = 0,95 \quad \eta_{\text{mech}} = 0,9 \quad v = 15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

a) Polarisierung Übung 3.7 verwendet:

$$C_{p,\text{opt}} = 0,52$$

$$C_{p,\text{opt}} = 0,057$$

$$\alpha_{\text{opt}} = 7^\circ$$

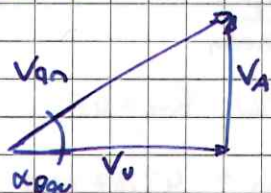
b) $n_{\text{nom}} = n_A$

$$\lambda = \frac{v_A R}{v_{\text{wind}}} = \frac{2\pi n R}{v_{\text{wind}}} \rightarrow R = 77,8 \text{ m}$$

$$c) t(r=60 \text{ m}) = 2\pi R \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot \frac{1}{C_p} \cdot (\lambda_A \sqrt{\lambda_A^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1}{C_p}})^{-1} \\ = 5,898 \text{ s}$$

$$\alpha_{\text{opt}}(r=60 \text{ m}) = \arctan\left(\frac{2}{\lambda_A \sqrt{\lambda_A^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 + \frac{1}{C_p}}}\right) - \alpha_A = -0,6773^\circ$$

d) ~~$v_{\text{opt}} = 2529 \text{ m/s}$~~ $v_{\text{opt}} =$



$$\frac{G}{H} = \frac{A}{G} = \frac{A}{H}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{v_A}{v_R}$$

$$v_R = \frac{v_A}{\sin(\alpha)}$$

$$v_R = \sqrt{v_w^2 + v_A^2} = \sqrt{(\Omega R)^2 + v_A^2} = 84,08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 77,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \begin{matrix} \text{für } 60 \text{ m} \\ \text{für } 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot n_{\text{nom}} \end{matrix}$$

$$R_e = \frac{v_{\text{int}}}{v} = 2529 \cdot 10^2$$

$$v_1 = 12,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_3 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \eta_{\text{el}} = 0,95 \quad \eta_{\text{mech}} = 0,9$$

$$e) v_3 = (1-20)v_1 \rightarrow q = 0,7774$$

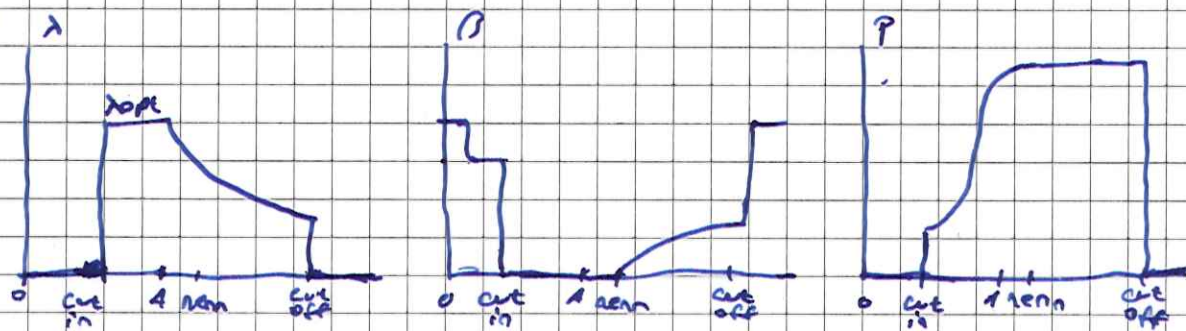
$$C_{p,\text{nom}} = 4q(1-q)^2 = 0,4202$$

$$P_{\text{nom}} = \sum C_p v_A^3 \pi R^2 = 9,082 \text{ MW}$$

$$f) P_{\text{nom}} = P_{\text{aero}} \cdot \eta_{\text{gear}} \cdot \eta_{\text{el}} = 7,765 \text{ MW}$$

g) Hebe das Diagramm nicht... i

h)



Aufgabe 3

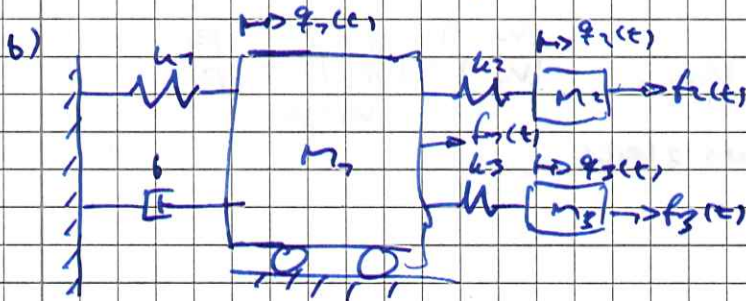
a) Windböe: transient

Höhenprofil der Windgeschw.: periodisch

Schrägströmung mit konst. Geschw.: periodisch

Windturbulenz: stochastisch

Rotorhub aus mittl. Windgeschw.: konstant



c) drei Eigenfrequenzen und drei Eigenformen

d)

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \ddot{q} + \begin{bmatrix} b & -b & 0 \\ -b & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_3 & -k_2 & -k_3 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ -k_3 & -k_3 & k_3 + k_4 \end{bmatrix} q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_3 \end{bmatrix}$$

e) $m_{\text{turm}} = m_1 = 755000 \text{ kg}$ $k_{\text{turm}} = k_1 = 3,2 \text{ MN/m}$

Annahme: Eigenfrequenz für den Turm alleine, ohne Rotorblätter

$$f_0 = \frac{\sqrt{k_1/m_1}}{2\pi} = 0,7232 \frac{1}{s}$$

f) $n = 71,5 \text{ rpm}$ bis 77 rpm

$$\omega = 7,204 \frac{\text{rad}}{s} \text{ bis } 77,5 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\Omega = 0,7977 \frac{1}{s} \text{ bis } 0,3767 \frac{1}{s}$$

$$P_{1 \min} = 0,7977 \frac{1}{s}$$

$$P_{1 \max} = 0,3767 \frac{1}{s}$$

$$P_{2 \min} = 0,3834 \frac{1}{s}$$

$$P_{2 \max} = 0,6334 \frac{1}{s}$$

$$P_{3 \min} = 0,5757 \frac{1}{s}$$

$$P_{3 \max} = 0,9507 \frac{1}{s}$$

g) $f_0 = \frac{\sqrt{k_1/m_1}}{2\pi} \stackrel{!}{\geq} 0,3767$

$$k_{1, \min} = 673,7 \text{ kN/m}$$

	1	Faktor	2
Nennleistung P_{Nenn}	3 MW	7,667	5 MW
V_{Nenn}	$17,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	1,0	$17,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
λ	73,66	1,0	73,66
R	35 m	7,297	45,79 m
n	1100 rpm	0,7745	762 rpm
M	500	2,752	707,6
M	700 t	7,752	275,2 t

$$x = x_{\text{ref}} \cdot \left(\frac{P_{\text{ref}}}{P} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$P_{\text{Nenn}} = \frac{7}{2} \rho v^3 \pi R^2 \rightarrow V_{\text{Nenn}}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^3 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{P_1}{P_2}$$

$V_1 = V_2$

Annahme: C_p bei beiden Rädern gleich

$$\left(\frac{P_{\text{Nenn } 1}}{P_{\text{Nenn } 2}} \right)^{\frac{1}{3}} = 1,667 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

$$\Omega = \frac{1}{D} \pi$$

$$M = \frac{\rho}{2} C_m v^2 D^3 \frac{\pi}{4}$$

$$\lambda = \frac{R \cdot \Omega}{V_1} \quad \text{gleiches sein aus...?}$$