

Definitionsgleichung für el. Fläche und el. Flächenschwerpunkt

$$EA = \sum_{i=1}^{N} (E_i t_i \Delta V_i)$$

$$ES_{px} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (E_i t_i \Delta V_i \cdot dy)}{EA}$$

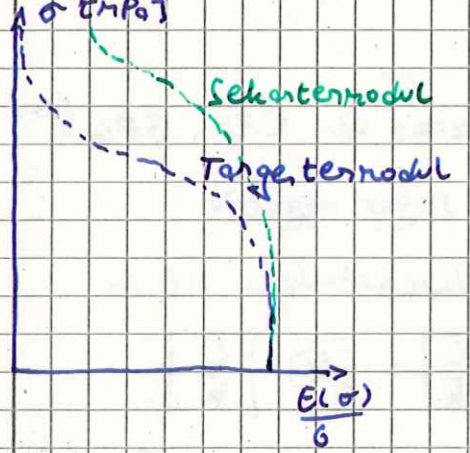
$$ES_{py} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (E_i t_i \Delta V_i dx)}{EA}$$

Welche Bedeutung hat das statische Sektormoment?

Es beschreibt, wie eine Fläche relativ zu einer Achse verteilt ist

Zur Berechnung von Schubspannungen

Unterschiede zwischen Sekanten- und Tangentenmodul im plastischen Bereich



Berücksichtigung der Kerbwirkung bei Metallen und CFK bei dynamischer und statischer Belastung?

Metalle : Statisch keine Berücksichtigung, dynamisch großer Einfluss auf Ermüdungsfestigkeit

CFK : Wird statisch berücksichtigt, dynamisch weniger starker Einfluss, wegen gutmütigem Ermüdungsverhalten

Drei Festigkeitshypothesen für isotrope und anisotrope Werkstoffe

Isotrop : Normalspannungs-, Schubspannungs-, Gestaltänderungsenergie-Hypothese

Anisotrop : Tsai-Wu, Puck, Hoffman

Herleitung der Definitionsgleichung der Reißlänge

$$F = \sigma \cdot A = L_R \cdot A \cdot \rho \cdot g$$

$$L_R = \frac{R_m}{\rho g}$$ bei CFK : 60-250 km Reißlänge

Tabelle ausfüllen

Werkstoff	Dichte $[\frac{kg}{m^3}]$	Festigkeit [MPa]	E-Modul [GPa]
Aluminium	2700	300	70
Titan	4500	900	110
Stahl	7850	1000	210
UD-Kohlefaserverbund-Werkstoff in Faserrichtung	1600	2000	150

Unterschied zwischen Wiederstandsmoment und Flächenträgheitsmoment

Wiederstandsmoment nur für Spannung in der Randfaser,

Flächenträgheitsmoment für Spannungsverlauf im gesamten Querschnitt

$$W = \frac{2I}{c}$$

Wie unterscheiden sich Wärmeausdehnungskoeffizient von CFK, GFK?

GFK deutlich größer als CFK, CFK sogar negativ

Elastizitätsgesetz des Mehrschichten-Verbundwerkstoffes ist in folgender Form angegeben:

$$\begin{bmatrix} \bar{N} \\ \bar{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{B} & \bar{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} \\ \bar{k} \end{bmatrix} = [\bar{K}] \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon} \\ \bar{k} \end{bmatrix}$$

Was sind die Einzelkomponenten und Einheiten von Schnittkraft $\bar{N}$ und Schnittmoment $\bar{M}$?

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_{xy} \end{bmatrix} [N/m] \qquad \bar{M} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} [N]$$

Was stellen $\bar{\varepsilon}$ und $\bar{k}$ dar?

Dehnung $\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} [-]$ Krümmung $\bar{k} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} [-]$

Was stellt $[\bar{K}]$ dar und was die Untermatrizen?

$[\bar{K}]$ ≙ Laminatsteifigkeitsmatrix

$[\bar{A}]$ ≙ Dehn- oder Scheibenfestigkeitsmatrix

$[\bar{B}]$ ≙ Koppelsteifigkeitsmatrix

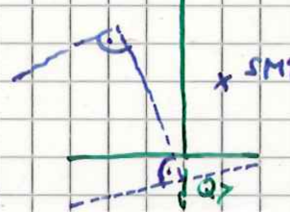
$[\bar{D}]$ ≙ Biege- ~~oder~~ Plattensteifigkeitsmatrix

Gegeben ist ein Träger. Wo muss die Querkraft Q_y angreifen, damit die Biegung von der Torsion entkoppelt ist?

Querkraft muss im Schubmittelpunkt angreifen

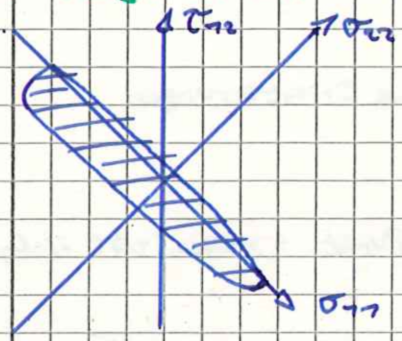
Wie würde sich der Träger unter Q_y verdrehen?

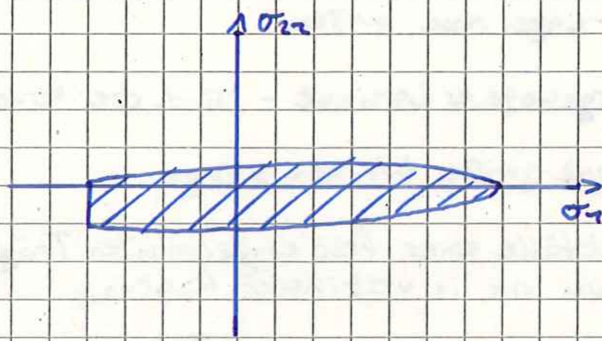
Siehe Skizze:



Leichtbau Fragensammlung

Die ZTL-Bruchhypothese für FVW lässt sich als Versagenskörper im Spannungsraum darstellen - Zeichnen und Zugversagen, Druckversagen und Schubversagen markieren





Was bedeutet Anisotropes Werkstoffverhalten

Werkstoff hat in unterschiedliche Richtungen unterschiedliche mechanische und physikalische Eigenschaften

Was bedeutet Isotropes Werkstoffverhalten?

Werkstoff hat in alle Richtungen gleichartige mechanische und physikalische Eigenschaften

Was bedeutet Orthotropes Werkstoffverhalten?

Werkstoff verhält sich in bestimmten Richtungen symmetrisch

Eigenschaften eines stark gekrümmten Biegeträgers (Rechteckquerschnitt, isotroper Werkstoff, Ri und Ra sind Innen- und Außenradius)

- Querschnitte bleiben eben
- Bei gleichem Biegemoment sind Spannungen am äußeren Rand ~~größer~~ kleiner als bei einem geraden Biegeträger, am inneren Rand größer
- Spannungsverteilung ist nicht-linear
- Neutrale Faser liegt nicht in der Mitte
- Spannung der Außenfaser < Spannung der Innenfaser

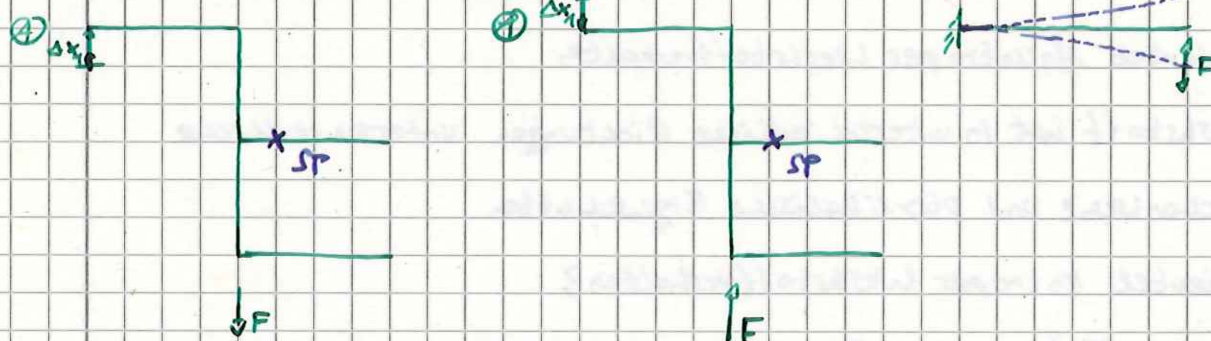
Exemplarischer Laminataufbau für ...

- Quasiisotropes Laminat : $[0°, 45°, 90°, -45°]_s$
- Ausgeglichenes Laminat : $[0°, 45°, 90°, -45°]_s$
- Laminat mit Zug-Schub-Kopplung : $[0°, 45°, 90°, -45°]_s$
- Laminat mit Zug-Biege-Kopplung : $[0°, 90°, 45°]$

Vier Grundregeln des Laminataufbaus

- Mittensymmetrischer Laminataufbau, um Bauteilverzug zu verhindern
- 0°-Lagen nach außen
- Ausgewogener Laminat - Mind. drei verschiedene Orientierungen
- keine großen Winkelsprünge

Zwei Lastfälle eines fest eingespannten Trägers, Punkt A verschiebt sich dadurch um Δx in vertikaler Richtung



Wo liegt qualitativ der Ort des Schwerpunktes? - Siehe Skizze

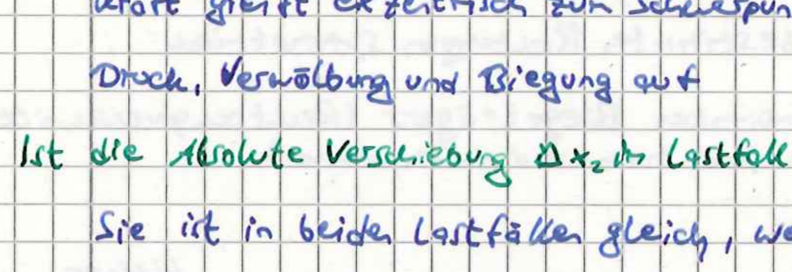
Welche Lasten und Spannungsarten erfährt der Träger?

Kraft greift exzentrisch zum Schwerpunkt an → Es treten Zug, Druck, Verwölbung und Biegung auf

Ist die Absolute Verschiebung Δx_2 im Lastfall 1 oder 2 größer?

Sie ist in beiden Lastfällen gleich, weil bei dünnwandigen Querschnitten die Masse vernachlässigbar ist.

Biegeträger 1 soll mit Biegeträger 2 ersetzt werden



Was ist das Verhältnis der Höhen $\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^{-1}$ und Spannungen $\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^{-1}$ als Fkt. der E-Module?

El. Flächenträgheitsmomente müssen gleich sein für gleiche Biegesteifigkeit

$$E_1 J_{x1} = E_2 J_{x2} \longrightarrow \frac{h_1}{h_2} = \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}}$$

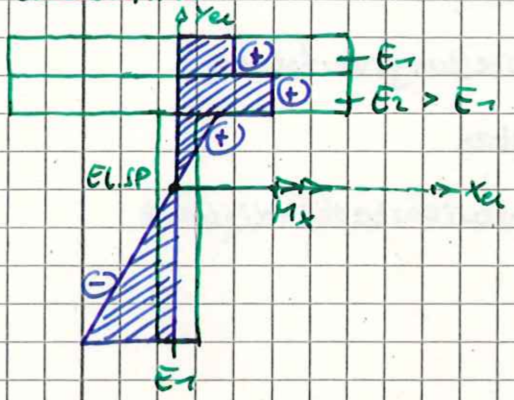
$$\sigma = \frac{M_x}{W} = \frac{M_x}{J_x / y_{max}} \longrightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \sqrt[3]{\left(\frac{E_1}{E_2}\right)^2}$$

Was ist das Verhältnis der Gewichte $\frac{G_1}{G_2}$ als Fkt. der Dichte und E-Module?

$$\frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{\rho_1 \cdot a \cdot h_1}{\rho_2 \cdot a \cdot h_2} \longrightarrow \frac{G_1}{G_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}}$$

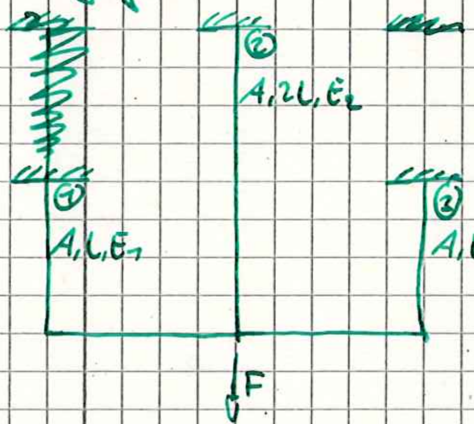
Leichtbau Fragensammlung

Skizziere den Verlauf der Längsspannungen infolge Biegebelastung im gegebenen Querschnitt



Siehe Skizze

Wie verhalten sich die Dehnungen und Spannungen der einzelnen Stäbe im gegebenen System?



Bei $E_1 = E_2 = E_3$

Δl ist überall gleich $\rightarrow \varepsilon_i = \frac{\Delta l}{l_i}$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2\varepsilon_2 = \frac{\Delta l}{l}$

$\sigma_i = E_i \varepsilon_i = \frac{F}{A}$

$\sigma_1 = \sigma_3 = 2\sigma_2$

Bei $E_1 = \frac{1}{2} E_2 = E_3$

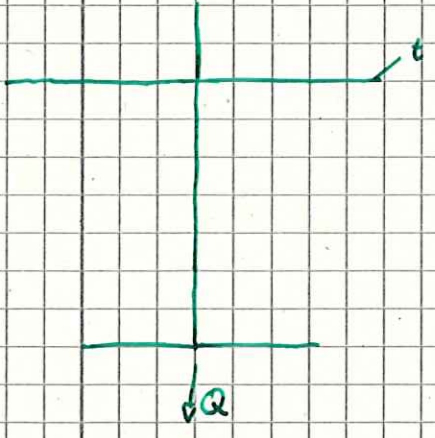
Δl ist überall gleich $\rightarrow \varepsilon_i = \frac{\Delta l}{l_i}$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2\varepsilon_2 = \frac{\Delta l}{l}$

$\sigma_i = E_i \varepsilon_i = \frac{F}{A}$

$\sigma_1 = \frac{1}{2}E_2 \cdot 2\varepsilon_2$ $\sigma_2 = E_2\varepsilon_2$ $\sigma_3 = \sigma_3 = \frac{1}{2}E_2 2\varepsilon_2$ $\rightarrow$ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

Zeichne den Schubflussverlauf und Positionen der maximalen Schubspannungen im gegebenen Querschnitt



Bin mir hier nicht so sicher...

Was ist bei der Auslegung eines Fußbodenquerträgers zu beachten?

- Bauraum
- Anbindung an restliche Struktur
- Auftretende Lasten
- Euler knicken
- Knicklänge
- knittern
- Herstellungsverfahren
- Kosten
- korrosionsbeständigkeit

Hauptauslegungskriterien des Flügels

Oberseite Innenflügel : Ermüdung

Oberseite Außenflügel : Druck, Stabilität

Unterseite, Innenflügel : Schadenstoleranz

Vorderkante : Vogelschlag

Längsnormalspannungen / Zug-Druckspannungen

- Wirken parallel zur Trägerachse
- Entstehen durch Kräfte oder Momente, die den Träger in seiner Längsrichtung beanspruchen: Zug- oder Druckkraft, Biegemoment, Wölbkrafttorsion

Biegespannungen (Teil von Längsnormalspannungen)

- Wirken parallel zur Trägerachse
- Entstehen durch Biegemoment
- Eine Seite des Querschnitts wird gezogen, die andere gedrückt

Schubspannungen

- Wirken parallel zur Querschnittsebene
- Entstehen durch Querkraft und Torsionsmoment
- Querschnittsteile wollen aneinander vorbeigleiten

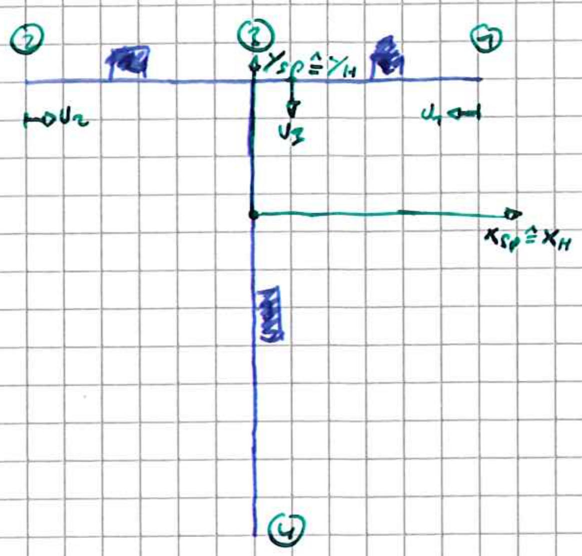
Torsionsspannungen

- Wirken tangential zur Querschnittskontur
- Entstehen durch Torsionsmoment
- Der Querschnitt will sich verdrehen

Wölbnormalspannungen (Teil von Längsnormalspannungen)

- Wirken parallel zur Trägerachse
- Entstehen durch Torsion eines offenen Profils oder behinderte Wölbung (Einspannung)
- Querschnitte wollen sich bei Torsion unterschiedlich stark längs verschieben, der Querschnitt wölbt sich. Bei Behinderung dieser Wölbung Spannungen
- Material wird zusätzlich gezogen und gedrückt

Leichtbau Übung Aufgabe 1 T-Träger



1) Sektorkoordinaten (Verwölbung) ω_H im Hauptachsensystem

$X_{sp} = 0\,mm$

$Y_{sp} = -10{,}5\,mm$

Hauptachsensystem liegt nicht rotiert im Schwerpunkt

Allgemein : $\omega_s = \int_{u_1}^{u_2} r_s \, du$; $r_s \hat{=}$ Abstand des Elements zum Pol

$\omega_{s,1,H} = 0$

$\omega_{s,3,H} = \int_{20}^{0} 10{,}5 \, du = 210$

$\omega_{s,2,H} = \quad = 420$

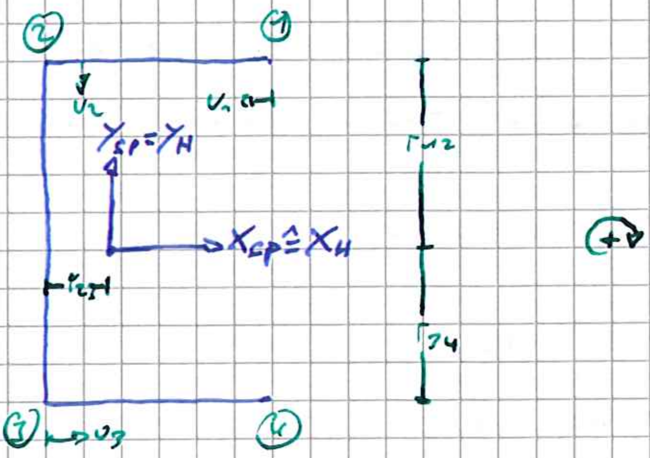
$\omega_{s,4,H} = \quad = 210$ (konstant)

$$\omega_{s,H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 420 \\ 210 \\ 210 \end{pmatrix}$$

Wölbkonstante $\omega_{0,H} = \frac{S_{\omega_s}}{A}$ mit $S_{\omega_s} = \int \omega_{s,H} \cdot t \, du$

$S_{\omega_s} = \Big($

Leichtbau Übung 1 C-Profil



Schubmittelpunkt $x_{sp} = 5{,}5\ mm$ $y_{sp} = 0\ mm$

1) Sektorkoordinate $\omega_s = \int_{v_1}^{v_2} r_s\, dv$

$$\omega_{s,1,H} = 0\ mm^2$$

$$\omega_{s,2,H} = -\int_{14{,}5}^{-5{,}5} r_{12}\, dv = 400\ mm^2$$ (weil r in math. neg. Richtung)

$$\omega_{s,3,H} = \int_{20}^{-20} r_{23}\, dv = 620\ mm^2$$ (In Lösung ist dünnwandig gerechnet)

$$\omega_{s,4,H} = \int_{-5{,}5}^{14{,}5} r_{34}\, dv = 1020\ mm^2$$

Vektor der Grundwölbung

$$\omega_{s,H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 400 \\ 620 \\ 1020 \end{pmatrix} mm^2$$

Sektorflächenmoment

$$S_{\omega s} = \int \omega_{s,H} \cdot t\, dv = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{3} \left[(\omega_{s,H_i} + \omega_{s,H_{i+1}})\, t_i\, \Delta v_i \right]$$

$$= 87600\ mm^4$$

Wölbkonstante

$$\omega_{0,H} = \frac{S_{\omega s}}{A} = 510\ mm^2$$

Einheitsverwölbung

$$\omega = \omega_{s,H} - \omega_{0,H} = \begin{pmatrix} -510 \\ -110 \\ 110 \\ 510 \end{pmatrix}$$

8) Schubmittelpunktkoordinaten

$J_{\omega x,H} = 0\,mm^5$ (weil Symmetrie zur x-Achse)

$J_{\omega y,H} =$ ... ewige Summe ... (TR-Programm ?!) $= -533332\,mm^5$

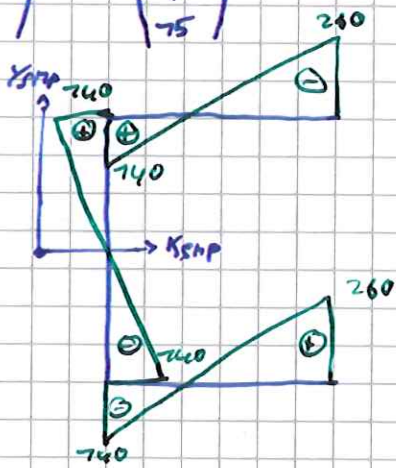
$x_{SMP} = \dfrac{J_{\omega y,H}}{J_{x,H}} = -12{,}5\,mm$

$y_{SMP} = \dfrac{J_{\omega x,H}}{J_{y,H}} = 0\,mm$

9) Verlauf der Einheitsverwölbung

$\omega_{SMP} = \omega_H + y_{SMP,H}\cdot x_H + x_{SMP,H}\cdot y_H$

$$= \begin{pmatrix}-510\\-110\\110\\510\end{pmatrix} + 0\cdot\begin{pmatrix}15\\-5\\-5\\15\end{pmatrix} + (+12{,}5)\begin{pmatrix}20\\20\\-20\\-20\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-260\\140\\-140\\260\end{pmatrix}$$



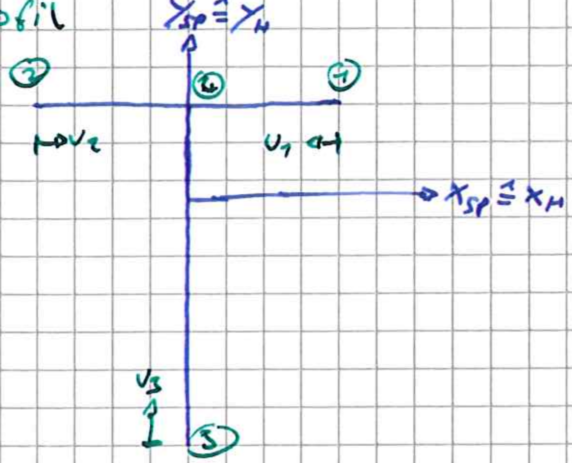
10) Statisches Sektormoment / Wölbschubspannung

$S_\omega(u) = \int_0^u \omega_D(u)\cdot t(u)\,du + S_\omega(0)$

Alle Teile gerade + konstante Dicke → linearer Verlauf!

⋮

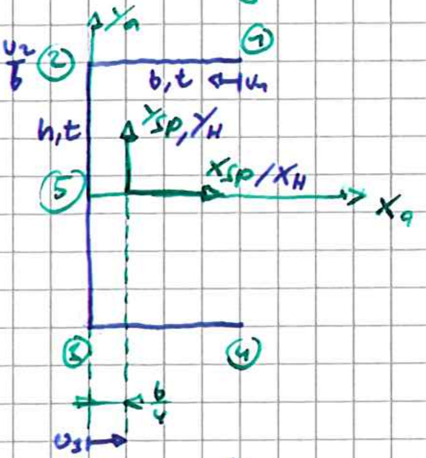
Leichtbau Übung 7 T-Profil



Schwerpunkt $X_{SP} = 0mm$ $Y_{SP} = -5{,}25\,mm$

7) Sektorkoordinate

Leichtbau Übung 2



4) - Flächenträgheitsmomente mit Gleichung 2.29 bestimmen (im Skript)

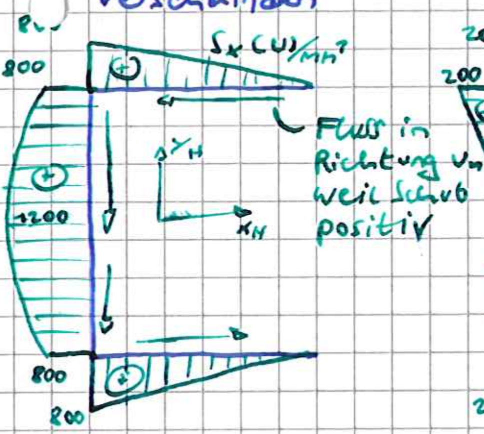
5) - Lösen mit Gleichung 2.83

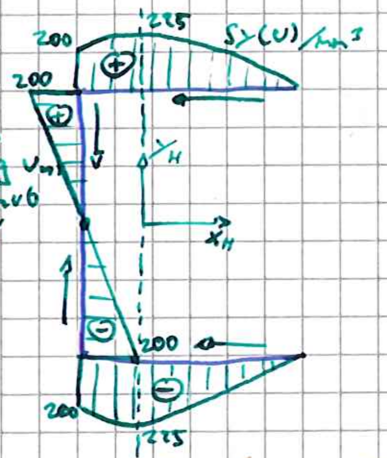
6) - $S_x = \int_0^u y(u) \cdot t(u)\, du + S_x(0)$

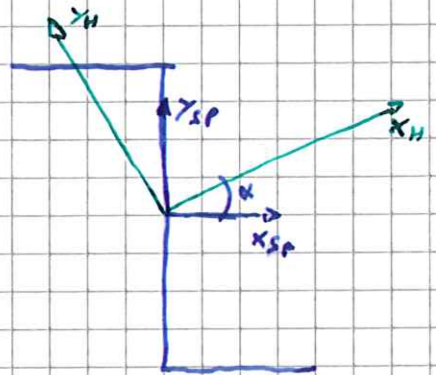
$y(u_1) = \frac{h}{2} = const$ $x(u_1) = \frac{3}{4} b - u_1$ $t(u_1) = t = const$

Am Freien Ende muss der statische Moment / Schubfluss / Schubspannungen verschwinden

$\boxed{\text{Sy hat beim Schnitt mit der y-Achse immer ein Maximum. Analog für Sx}}$

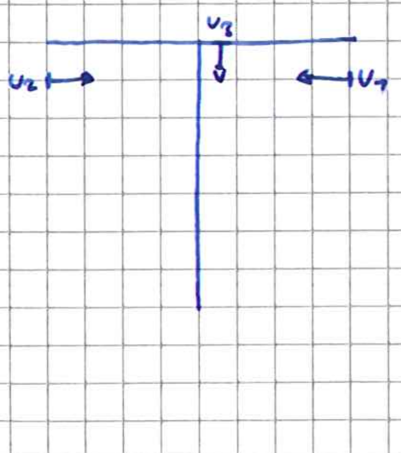






$x_H = x_s \cos(\alpha) + y_s \sin(\alpha) = x_H(x_s, y_s)$

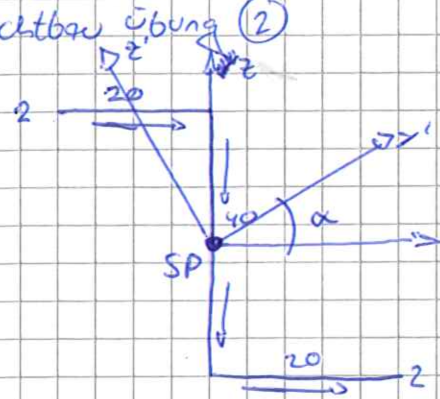
$y_H = x_s \cos(\alpha) - y_s \sin(\alpha) = y_H(x_s, y_s)$



Startbedingung für U_3 ergibt sich aus der Summe von U_1 und U_2

Diese beiden Profile sind Hausi

Leichtbau Übung ②



① Querschnittsfläche

$A = 160\,mm^2$

② Flächenschwerpunkt

$y_{sp} = 0\,mm$

$z_{sp} = 0\,mm$

③ Hauptachsenkoordinatensystem

$\tan(2\alpha) = \frac{2I_{yz}}{(I_y - I_z)}$

Annahme Dünnwandig

$I_y = 1{,}867 \cdot 10^4\,mm^4$

$I_z = 3{,}795 \cdot 10^4\,mm^4$

$I_{yz} = -16800\,mm^4$

$\alpha = 30{,}08°$

④ $I_{y'} = 8{,}947 \cdot 10^3\,mm^4$

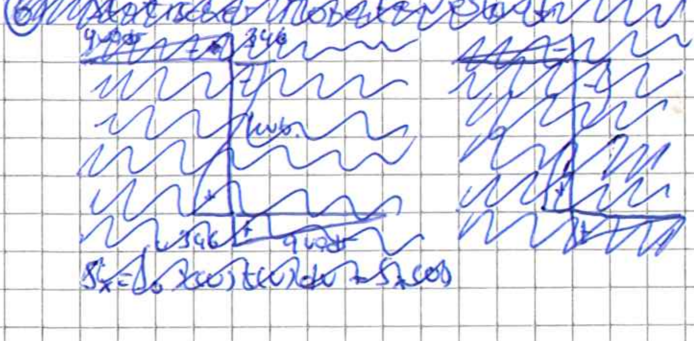
$I_{z'} = 4{,}768 \cdot 10^4\,mm^4$

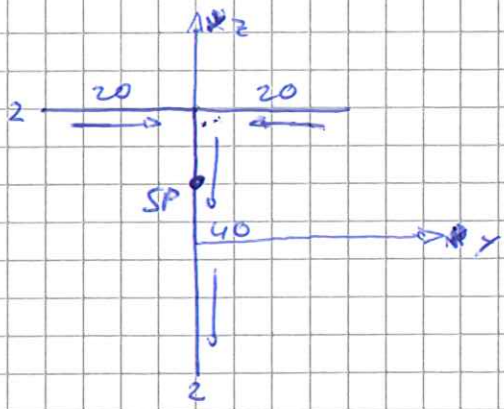
$I_{y'z'} = 2{,}574 \cdot 10^0\,mm^4$

⑤ Torsionswiderstand

$I_T = \frac{1}{3} \sum_i (t_i^3 \Delta U_i)$

$= 213{,}3\,mm^4$





$A = 160\,mm^2$

$y_{sp} = 0\,mm$

$z_{sp} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 19 + 2 \cdot 40 \cdot 0}{160} = 9{,}5\,mm$

$\alpha = 0°$

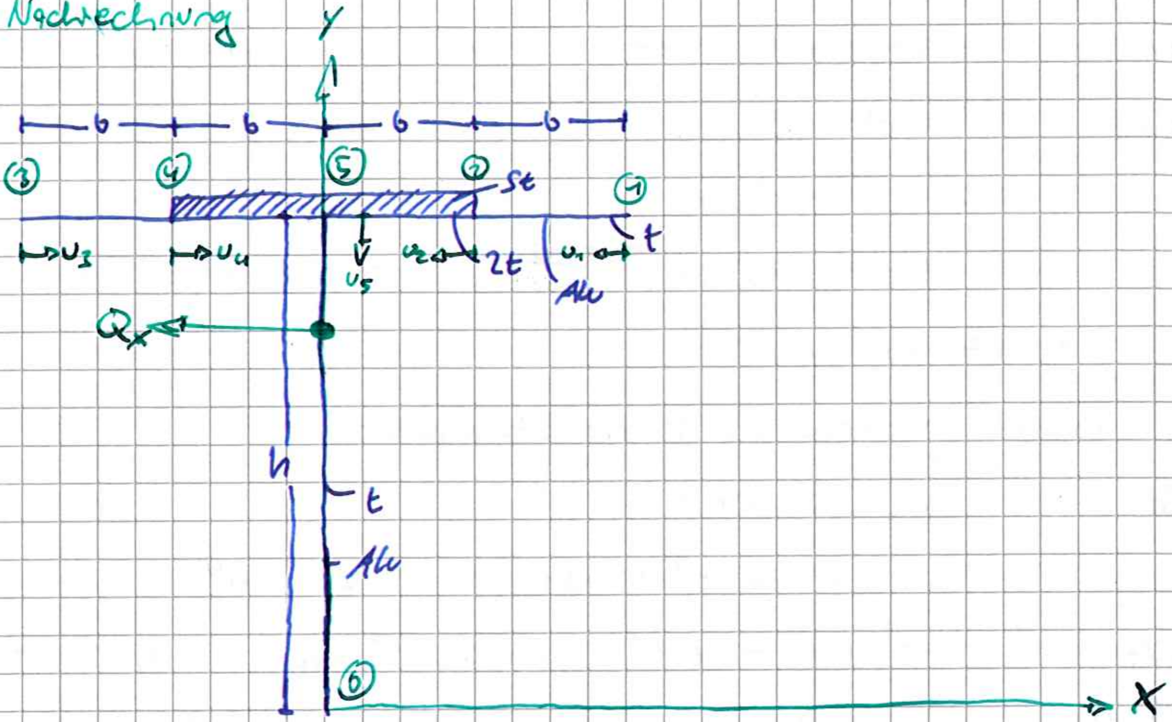
$I_y = 2{,}847 \cdot 10^4\,mm^4$

$I_z = 2{,}847 \cdot 10^4\,mm^4$

Sind die gleichen weil $\alpha = 0°$

$I_T = 213{,}3\,mm^4$

Leichtbau Übung Nachrechnung



$b = 30\,mm$ $\quad t = 2\,mm$ $\quad h = 150\,mm$ $\quad E_{St} = 210\,000\,MPa$

$\nu = 0{,}31$ $\quad E_{Alu} = 70\,000\,MPa$

$G_{St} = \dfrac{E_{St}}{2\cdot(1+\nu)} = 80\,153\,MPa$

$G_{Alu} = \dfrac{E_{Alu}}{2\cdot(1+\nu)} = 26\,718\,MPa$

a) Geometr. und Elast. Fläche

$A = h\cdot t + 2b\cdot t + 2b\cdot 2t = 660\,mm^2$

$EA = (h t + 2b\cdot t)\cdot E_{Alu} + (2b\cdot 2t)\,E_{St} = 6{,}3\cdot 10^7\,N$

b) Schwerpunkt und elastischer Schwerpunkt im angegebenen KS

$x_{SP} = 0\,mm$

$y_{SP} = \dfrac{h\cdot t\cdot\left(\frac{h}{2}\right) + 4b\cdot t\cdot\left(h+\frac{t}{2}\right) + 2b\cdot t\cdot(h+1{,}5t)}{A}$

$= 116{,}8\,mm$

$x_{SP,el} = 0\,mm$

$y_{SP,el} = \dfrac{ht\left(\frac{h}{2}\right)E_{Alu} + 4bt\left(h+\frac{t}{2}\right)E_{Alu} + 2bt\,(h+1{,}5t)\,E_{St}}{EA}$

$= 126{,}5\,mm$

~~c) Flächenträgheitsmoment um el. x-Achse~~

$\cancel{EI_{xx} = \left(\frac{t\cdot h^3}{12} + t\cdot h\left(\frac{h}{2} - y_{SP,el}\right)^2\right)E_{Alu} + (}$

c) Weiß nicht so recht was die Aufgabenstellung ist ...

d) El. Flächenträgheitsmomente im el. Hauptachsensystem

$$EJ_x = \left(\frac{t h^3}{12} + h\cdot t\cdot 57{,}5^2\right) E_{Alu} + \left(\frac{46\cdot t^3}{12} + 46\cdot t\cdot 24{,}5^2\right) E_{Alu} + \left(\frac{26\cdot t^3}{12} + 26\cdot t\cdot 26{,}5^2\right)$$

$$= 1{,}229\cdot 10^{11}\ mm^4 N$$

$$EJ_y = \left(\frac{h t^3}{12} + h\cdot t\cdot 0\right) E_{Alu} + \left(\frac{t\cdot 46^3}{12} + 46\cdot t\cdot 0\right) E_{Alu} + \left(\frac{t\cdot 26^3}{12} + 26\cdot t\cdot 0\right)$$

$$= 2{,}773\cdot 10^{10}\ Nmm^4$$

e) Torsionswiederstand und Torsionssteifigkeit

$$J_T = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{n} (t_i^3\cdot \Delta U_i)$$

$$= \frac{1}{3}\left(h\cdot t^3 + 26\cdot t^3 + 46\cdot t^3\right) = 880\ mm^4$$

$$GJ_T = \frac{1}{3}\left(h\cdot t^3\cdot G_{Alu} + 26\cdot t^3\cdot G_{St} + 46\cdot t^3\, G_{Alu}\right) = 3{,}206\cdot 10^7\ Nmm^4$$

f) Verlauf der elastischen, statischen Momente um die el. x- und y-Achse

Allgemein: $ES_x(U) = \int E(U)\cdot y(U)\cdot t(U)\, dU \qquad ES_y(U) = \int E(U)\cdot x(U)\cdot t(U)\, dU$

Teil 1 - 2

$x_{F1-2} = 26 - U_1 \qquad y_{F1,2} = 24{,}5$

$$ES_x(U_1) = \int_0^{U_1} E_{Alu}\cdot (24{,}5)\cdot t\, dU_1 = 3{,}43\cdot 10^6\, U_1$$

$$ES_y(U_1) = \int_0^{U_1} E_{Alu}\cdot (26-U_1)\cdot t\, dU_1 = -70\,000\, U_1 (U_1 - 120)$$

Teil 2 - 5

$x_{F2-5\,St} = 6 - U_2 \qquad y_{F2-5\,St} = 26{,}5$

$x_{F2-5\,Alu} = 6 - U_2 \qquad y_{F2-5\,Alu} = 24{,}5$

$$ES_x(U_2) = \int_0^{U_2} E_{St}\cdot 26{,}5\cdot t\, dU_2 + \int_0^{U_2} E_{Alu}\cdot 24{,}5\cdot t\, dU_2 = 1{,}456\cdot 10^7 U_2 + C_1$$

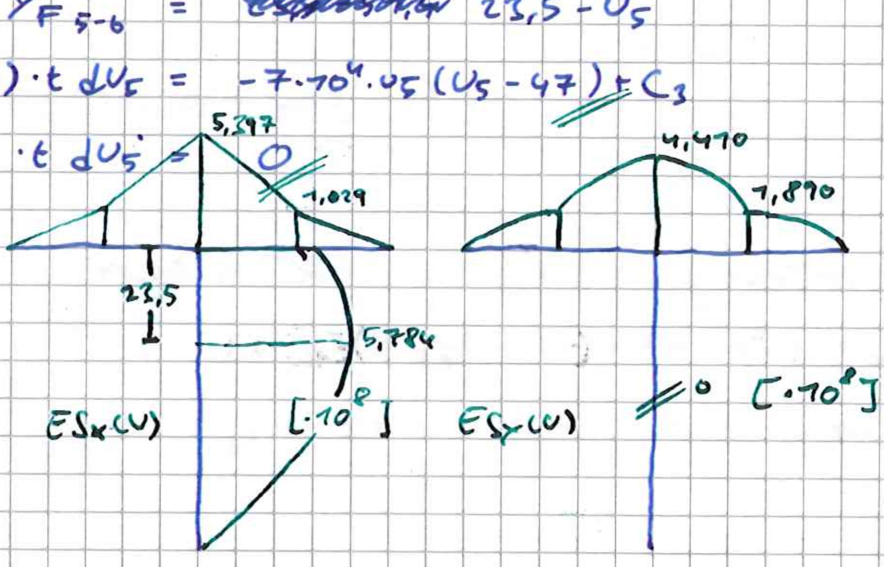
$$ES_y(U_2) = \int_0^{U_2} E_{St}\cdot (6-U_2)\cdot t\, dU_2 + \int_0^{U_2} E_{Alu}\cdot (6-U_2)\cdot t\, dU_2 = -280\,000 U_2 (U_2 - 60) + C_2$$

Teil 5 - 6

$x_{F5-6} = 0 \qquad y_{F5-6} = 23{,}5 - U_5$

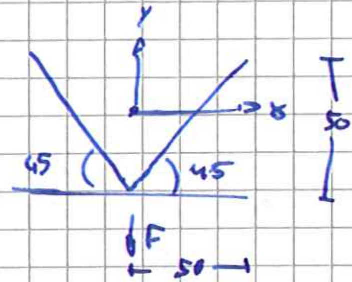
$$ES_x(U_5) = \int_0^{U_5} E_{Alu}\cdot (23{,}5 - U_5)\cdot t\, dU_5 = -7\cdot 10^4\cdot U_5 (U_5 - 47) + C_3$$

$$ES_y(U_5) = \int_0^{U_5} E_{Alu}\cdot 0 \cdot t\, dU_5 = 0$$



Aufgabe 1

a)



Querkraft am Einspannungspunkt $F_y = F = 8kN$

Moment an " " " $M_x = Fl = 4kNm$

b)

$x_{sp} = 0mm$ (Symmetrie)

$Y_{sp} = \frac{(b \cdot t_f \cdot (\frac{b/2}{\sqrt{2}})) \cdot 2}{2b t_f} = 25mm$

~~$J_x = \ldots$~~

$J_x = \left(\frac{t_f \cdot h^3}{12} \cdot \cos(\alpha)^2\right) \cdot 2 = 1,178 \cdot 10^5 mm^4$

$J_y = \left(\frac{t_f h^3}{12} \cdot \sin(\alpha)^2 + (-25)^2 \cdot t_f \cdot h\right) \cdot 2 = 4,713 \cdot 10^5 mm^4$

c)

$W_x = \frac{J_x}{y_{max}} = 4,712 \cdot 10^3 mm^3$

$W_y = \frac{J_y}{x_{max}} = 9,426 \cdot 10^3 mm^3$

d)

$\sigma = \frac{M_{max}}{W_{min}} = 848,9 MPa < R_m$

Querschnitt hält gerade so stand

d)

$M_{max} = 4kNm$ (bleibt gleich, aber um andere Achse)

$W_{min} = \frac{J_y}{x_{max}} = 9426 mm^3$

$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{min}} = 424,4 MPa$

~~Querschnitt würde nicht standhalten~~

Spannung wird reduziert!

Aufgabe 2

a)

$\left(\frac{w}{h}\right) = 0{,}662 \cdot \sqrt[3]{\frac{p}{E}\left(\frac{r}{h}\right)^4} = 46{,}34 > 5 \rightarrow$ kann als Membran gerechnet werden

4.3.4.5 in Skript

$w_{max} = \left(\frac{w}{h}\right) \cdot h = 139\ mm$

$\sigma_z = 0{,}423 \cdot \sqrt[3]{E p^2 \left(\frac{r}{h}\right)^2} = 296{,}1\ MPa < R_{m\,Alu}$

Aufgabe 3

a)

[30 / 20 / 10] Symmetr. und Ausgeglichen

Keine Zug-Torsion oder Zug-Schub kopplung, weil Symmetrisch und ausgeglichen

Aber eine Biege-Torsions kopplung, D-Matrix ist voll

b)

$E_{11} = 95000 \quad E_{22} = 26000 \quad G_{12} = 10000 \quad [MPa]$

$Q = \begin{bmatrix} 97500 & 8000 & 0 \\ 8000 & 27500 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} MPa \qquad \sigma = \begin{bmatrix} 280 \\ 170 \\ 0 \end{bmatrix} MPa$

$S = Q^{-1} = \begin{bmatrix} \cdots\cdots \end{bmatrix}$

Dehnung des gesamtaufbaus ist gleich Dehnung einer Lage

$\varepsilon_{ges} = S \cdot \sigma = \begin{bmatrix} 2{,}435 \\ 5{,}473 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$

Trafo der Dehnung zur gesuchte 45°-Richtung mit $T_\varepsilon(\alpha)$

$\varepsilon_{UD} = T_\varepsilon(45°) \cdot \varepsilon = \begin{bmatrix} 3{,}954 \\ 3{,}954 \\ 3{,}038 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$

Steifigkeitsmatrix einer einzelschicht:

$Q_0 = \begin{bmatrix} 126875 & 2717 & 0 \\ 2717 & 9058 & 0 \\ 0 & 0 & 4600 \end{bmatrix}$

Spannung einer Einzelschicht berechnen

$\sigma_{UD} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD} = \begin{bmatrix} 512{,}2 \\ 46{,}56 \\ 13{,}98 \end{bmatrix} MPa = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$

Leichtbau 1 Klausur F25

$$RF_{FB} = \frac{R_{11Z}}{\sigma_{11}} = 2{,}44$$

$$RF_{ZFB} = 2 : \left(R_I + \sqrt{R_I^2 + 4 \cdot R_{II}} \right)$$

R_I = ... 3.703 ...

R_{II} = ... 3.102 ...

$$RF_{ZFB} = 1{,}064$$

Leichtbau 1 Klausur H24

Aufgabe 1

a)

Profil ist punktsymmetrisch → Schwerpunkt bei $x_{sp} = 0$ $y_{sp} = h$

(Steg ist 2h hoch, nicht nur h)

$$J_x = \frac{t\cdot(2h)^3}{12} + 30\cdot 2t\cdot h^2 + 30\cdot 2t\cdot(-h)^2 = 2{,}667\cdot 10^7\,\text{mm}^4$$

$$J_y = \frac{2t(30)^3}{12} + 30\cdot 2t\cdot\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + 30\cdot 2t\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{2t(30)^3}{12} = 6\cdot 10^6\,\text{mm}^4$$

$$J_{xy} = 30\cdot 2t\cdot\left(h\cdot -\frac{a}{2}\right) + 30\cdot 2t\cdot\left(-h\cdot\frac{a}{2}\right) = -6\cdot 10^6\,\text{mm}^4$$

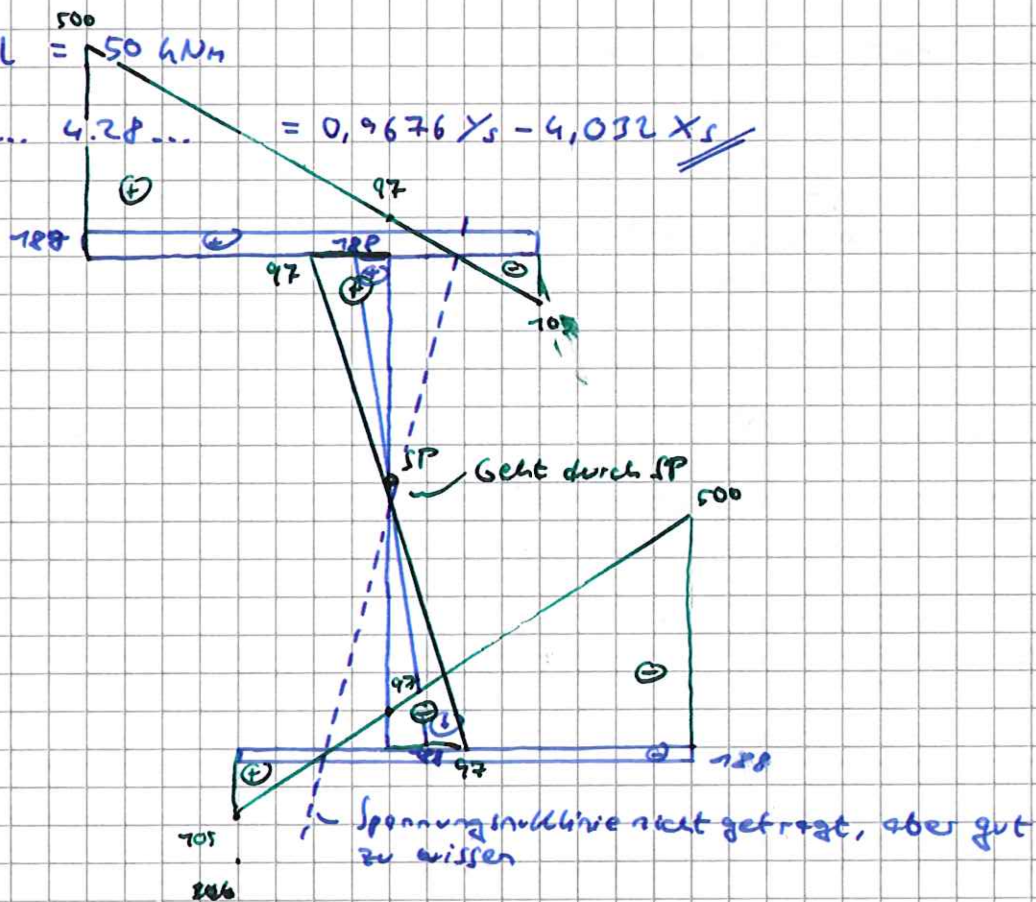
b)

$M_y = Q_x\cdot l = 30\,\text{kNm}$

$M_x = Q_y\cdot l = 50\,\text{kNm}$

$\sigma(x_s, y_s) = \dots 4.28 \dots = 0{,}9676\, y_s - 4{,}032\, x_s$

c)



d)

keine x-Abhängigkeit → $\sigma(x_s, y_s) = \dfrac{M_{xs} J_{ys} + J_{xys} M_{ys}}{J_{xs} J_{ys} - J_{xys}^2}\, y_s$

$$- \frac{M_{ys} J_{xs} + J_{xys} M_{xs}}{J_{xs} J_{ys} - J_{xys}^2}\, x_s \overset{!}{=} 0$$

$$Q_x = \frac{M_{xy}}{l} = 11{,}25\,\text{kN}$$

$\sigma(x_s, y_s) = 1{,}875\, y_s - 0\cdot x_s$

Aufgabe 2

a)

(60 / 20 / 20)

Mindestens 20 Lage nötig $\rightarrow$ $t_{ges} = 2,5mm$

b)

$$Q = \begin{bmatrix} 86000 & 18000 & 0 \\ 18000 & 39000 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}$$

$R_{m,zug}$ = ~~[illegible]~~ 760 MPa

R_{m12} = ~~[illegible]~~ 780 MPa

c)

In den 90°-Lagen tritt ZFB als erstes auf

$S = Q^{-1}$

$$\varepsilon_{ges} = S \cdot \sigma = \begin{bmatrix} 1,185 \\ -0,2432 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \qquad \text{mit } \sigma = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} 0°$$

Annahme!

↳ Dehnung in allen Lagen in 0°-Richtung

Trafo der Dehnung zu 90°

$$\varepsilon_{UD} = T_\varepsilon(90°) \cdot \varepsilon = \begin{bmatrix} -0,2432 \\ 1,185 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Steifigkeitsmatrix einer Einzelschicht

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 126000 & 2717 & 0 \\ 2717 & 9058 & 0 \\ 0 & 0 & 4600 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{UD} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD} = \begin{bmatrix} -27,44 \\ 10,13 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{matrix}$$

$RF_{ZFB} = 4,7 \quad \rightarrow \quad \sigma_{ZFB} = 470\,MPa$

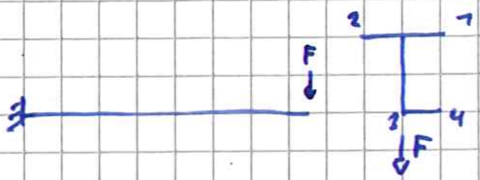
d)

$F = \sigma_{ZFB} \cdot t_{min} \cdot 20mm = 23,5\,kN$

Leichtbau 1 Klausur F24

Aufgabe LB1

a)



$$X_{sp} = \frac{a \cdot t \cdot \frac{a}{2}}{2a \cdot t + 2a \cdot t} = 5\,\mathrm{mm}$$

$$Y_{sp} = \frac{2a \cdot t \cdot 2a + 2a \cdot t \cdot a}{5a \cdot t} = 60\,\mathrm{mm}$$

b)

$$J_x = \frac{t \cdot (2a)^3}{12} + (-10)^2 \cdot 2a \cdot t + (+40)^2 \cdot 2a \cdot t + (-60)^2 \cdot a \cdot t = 1{,}733 \cdot 10^6\,\mathrm{mm}^4$$

$$J_y = \frac{t(2a)^3}{12} + (-5)^2 \cdot 2a \cdot t + \frac{t\,a^3}{12} + (20)^2 \cdot a \cdot t + (-5)^2 \cdot 2a \cdot t = 4{,}75 \cdot 10^5\,\mathrm{mm}^4$$

$$J_{xy} = (-5) \cdot 40 \cdot 2a \cdot t + (-10) \cdot (-5) \cdot 2a \cdot t + 20 \cdot (-60) \cdot a \cdot t = -3 \cdot 10^5\,\mathrm{mm}^4$$

c)

$$M_x = F \cdot l = 15\,\mathrm{kNm}$$

$$M_y = 0\,\mathrm{kNm}$$

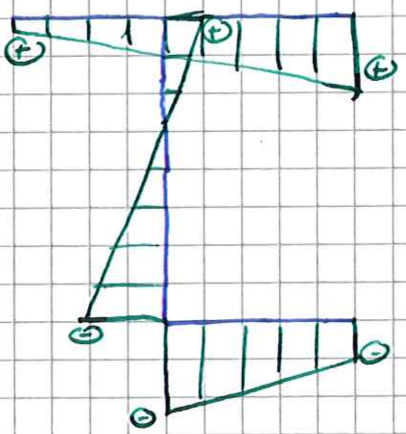
$\sigma(x_s, y_s) = \ldots (F4\_23) \ldots$ $= 664{,}9\,\mathrm{MPa}$ bei 1

$= 51{,}15\,\mathrm{MPa}$ bei 2

$= -613{,}8\,\mathrm{MPa}$ bei 3

$= -306{,}9\,\mathrm{MPa}$ bei 4

d)



e)

$$\sigma_{cr} \cdot W = M_{cr} = \frac{\beta \pi}{l} \sqrt{E J_{min} G J_T} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E J_{min}}{l^2 G J_T}}$$

$$J_T = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} (t_i^3 \cdot u) = 5{,}333 \cdot 10^3\,\mathrm{mm}^4 \qquad \beta = 1{,}22$$

$M_{cr} = 2{,}606 \cdot 10^7\,\mathrm{Nmm}$

$= 26060\,\mathrm{Nm}$

$= 26{,}06\,\mathrm{kNm}$ Träger würde um x-Achse kippen

f)

Wölbnormalspannungen infolge zusätzlicher Torsionsbelastung, weil Kraft nicht im Schubmittelpunkt angreift.

Aufgabe LB2

a)

Keine Zug-Torsions- oder Zug-Schub-Kopplung, weil symmetrisch und ausgeglichen,
Aber eine Biege-Torsions-Kopplung, D-Matrix ist voll

b)

$$[10 / 20 / 10] \quad (0°,\ 45°,\ 90°)$$

Aus Diagrammen: $E_{11} = \cancel{\ldots\,MPa}\ 95\,000\ MPa$ $\qquad G_{12} = 10\,000\ MPa$

$E_{22} = 26\,000\ MPa$

$\nu_{12} = 0{,}31 \qquad \nu_{21} = 0{,}08$

$$Q = \begin{bmatrix} 97000 & 8500 & 0 \\ 8500 & 27000 & 0 \\ 0 & 0 & 10500 \end{bmatrix}$$

c)

$$S = Q^{-1}$$

$$\varepsilon_{ges} = S \cdot \sigma = \begin{bmatrix} 5{,}089 \\ -1{,}602 \\ 4{,}762 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \varepsilon_{UD,0°}$$

Trafo für ZFB in 90°-Lagen

$$\varepsilon_{UD,90°} = T_\varepsilon(90°) \cdot \varepsilon_{ges} = \begin{bmatrix} -1{,}602 \\ 5{,}089 \\ -4{,}762 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{UD,0°} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD,0°} = \begin{bmatrix} 636{,}9 \\ -0{,}8179 \\ 27{,}41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{UD,90°} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD,90°} = \begin{bmatrix} -180 \\ 41{,}1\cancel{\ldots} \\ -27{,}11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

$$RF_{ZFB} = \frac{2}{R_I + \sqrt{R_I^2 + 4 R_{II}}} \qquad RF_{FB} = \frac{R_{\parallel t}}{\sigma_{11}}$$

$R_I = \cancel{\ldots}\ 0{,}6385 \qquad RF_{FB} = 1{,}963$

$R_{II} = \cancel{\ldots}\ 0{,}3102$

$RF_{ZFB} = \cancel{\ldots}\ 1{,}04$

Leichtbau Prüfung 1/23 [1]

Aufgabe LB1

a)

$EA = E_{Alu} \cdot ((t \cdot 2h) + (2t \cdot (a + 2a + a + b + 4b + b))) + E_{CFK} \cdot 7 \cdot A_s = 8{,}89 \cdot 10^8\ N$

$Y_s = \frac{E_{Alu} \cdot (2t \cdot 4a \cdot h/2 + 2t \cdot 6b \cdot (-\frac{h}{2})) + E_{CFK} \cdot (4A_S \cdot \frac{h}{2} + 3A_S \cdot (-\frac{h}{2}))}{EA} + \frac{h}{2}$

Mittelpunkt

(Von ~~Angriffspunkt Biegemoments~~ aus gerechnet, für richtiges Ergebnis also noch)

$Y_s = 334{,}8\,mm$

b)

~~$EJ_x = E_{Alu}((\frac{2t \cdot h^3}{12} + 2th(y_s - 300)^2 + 4a \cdot 2t(300 - y_s)^2 + 6b \cdot 2t \cdot y_s^2) + E_{CFK}(4 +$~~

~~$+ E_{CFK}(3A_S \cdot y_s^2 + 4A_S(600 - y_s)^2)$~~

$EJ_x = E_{Alu} \cdot \left(2 \cdot \frac{th^3}{12} + 2 \cdot th(35)^2 + 4a \cdot 2t \cdot (265)^2 + 6b \cdot 2t \cdot (335)^2\right) +$

$+ E_{CFK} \cdot \left(4A_S \cdot (265)^2 + 3A_S(335)^2\right)$

$EJ_x = 6{,}886 \cdot 10^{13}\ Nmm^2$

c)

~~$\sigma = \frac{M_{max}}{W}$ mit $M_{max} = M_x$ und $W = \frac{J}{y_{max}}$~~

$\sigma_{Alu,\,unten} = \frac{M_x}{EJ_x} E_{Alu}(335) = 275{,}5\,MPa$

$\sigma_{Alu,\,oben} = \frac{M_x}{EJ_x} E_{Alu}(265) = -272{,}4\,MPa$

d)

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

$\varepsilon_{oben} = \frac{1}{E_{CFK}}\left(\frac{M_x}{EJ_x} E_{CFK}(265)\right) = ~~10{,}34~~\ -0{,}3079\,\%$

ε_{unten} = " " " = $0{,}3892\,\%$

e)

Gewicht Ohne Stinger: $26{,}32\ \frac{kg}{m}$

Gewicht mit Stinger: $3{,}36\ \frac{kg}{m}$

Gewicht mit Stinger ist um 12,8% höher

f)

$\frac{RF_{mit}}{RF_{ohne}} = \frac{\frac{Rm_{mit}}{\sigma_{mit}}}{\frac{Rm_{ohne}}{\sigma_{ohne}}} = \left(\frac{\sigma_{ohne}}{\sigma_{mit}}\right)_{unten}$

$Y_{s\,ohne} = ~~300~~\ 337{,}9\,mm$

$\sigma_{ohne,\,unten} = ~~[illegible]\,MPa~~\ \frac{M_x}{EJ_{x\,ohne}} E_{Alu}(~~[illegible]~~) = ~~[illegible]\,MPa~~\ -387{,}5\,MPa$

~~$\sigma_{ohne} = \frac{M_x}{EJ_{x\,ohne}} E$~~

$\frac{\sigma_{ohne}}{\sigma_{mit}} = 1{,}408$

Aufgabe LB2 $[0/45/90/-45/0]_s \rightarrow [\;/40/40/20]$

a) Weder Zug-Schub noch Zug-Torsion Kopplung weil Symmetrisch und ausgeglichen

b) $E_{11} = 61000$ $\quad E_{22} = 41000$ $\quad$ [MPa]

$G_{12} = 16000$ $\quad \nu_{12} = 0{,}315$ $\quad \nu_{21} = 0{,}21$

$$Q = \begin{bmatrix} 69000 & 14000 & 0 \\ 14000 & 45000 & 0 \\ 0 & 0 & 16000 \end{bmatrix}$$

c) $RF_{FB} = \dfrac{R_{m11}}{\sigma_{11}}$

$S = Q^{-1}$

$$\varepsilon_{ges} = S \cdot \sigma = \begin{bmatrix} 4{,}296 \\ 1{,}552 \\ 3{,}75 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Trafo der Dehnung zu gesuchten 90°

$$\varepsilon_{LD} = T_\varepsilon(90°) \cdot \varepsilon = \begin{bmatrix} 1{,}552 \\ 4{,}296 \\ -3{,}75 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Steifigkeitsmatrix einer Einzelschicht aus Tabelle / Diagramm

$$\sigma_{LD} = Q_0 \cdot \varepsilon_{LD} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 969{,}4 \\ 59{,}43 \\ -11{,}25 \end{bmatrix}$$

$RF_{FB} = 1{,}289$

Leichtbau Prüfung F22

Aufgabe LB 1

a) $y_{SP} = \frac{b_1 \cdot t \cdot h + b_2 \cdot t \cdot 0 + h \cdot t \cdot \frac{h}{2}}{b_1 \cdot t + b_2 \cdot t + h \cdot t} = \frac{5h}{11}$

$x_{SP} = 0$ (Symmetrie)

b) ~~$J_{xs} = \frac{t \cdot h^3}{12} + \dots$~~

$J_{xs} = \frac{th^3}{12} + ht\left(-\left(\frac{h}{2} - \frac{5h}{11}\right)\right)^2 + b_1 t\left(\frac{6h}{11}\right)^2 + b_2 t\left(-\frac{5h}{11}\right)^2 = 0{,}2879\, h^3 t$

~~$J_{ys} = \frac{t\left(\frac{h}{2}\right)^3}{12} \dots$~~

$J_{ys} = \frac{t b_1^3}{12} + \frac{t b_2^3}{12} = 0{,}01350\, h^3 t$

b) $J_T = \frac{1}{3} t^3 (b_1 + b_2 + h) = 0{,}6111\, h t^3$

$J_{\omega} = \frac{d^2}{12}\left[\frac{t_1(b^3)_1 \cdot t_2(b^3)_2}{t_1(b^3)_1 + t_2(b^3)_2}\right] = 0{,}0023871\, h^5 t$

c) $M_{max} = F \cdot L$

$y_{max} = \frac{6}{11} h$

$W = J_x / y_{max} = 0{,}5278\, h^2 t$

$\sigma = \frac{M_{max}}{W} = 8{,}142 \cdot 10^8 \frac{N}{m^2} = 814{,}2\ MPa < \sigma_{St\_max}$

Der Träger hält die Biegebelastung aus

d) $\sigma = \frac{M_{max}}{W} = \frac{M_{max}}{J_x / y_{max}} = M_{max} / \left(\frac{0{,}2879\, h^3 t}{y_{max}}\right)$

mit $\sigma = \sigma_{Alu\_max} = 360\ MPa$

$t_{Alu} \overset{!}{=} 0{,}007976\ m$

e) $G = L \cdot (t \cdot b_1 + t \cdot b_2 + t \cdot h) \cdot \rho \cdot g$

$\frac{G_{Alu}}{G_{St}} = 0{,}8067 \rightarrow$ Alu baut leichter

f) $\sigma_{cR} \cdot W = M_{cR} = \frac{\beta \pi}{L} \sqrt{E J_{min} G_{St} J_T} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 E J_{\omega}}{L^2 G_{St} J_T}}$; $\beta = 1{,}27$

$M_{cR} = 1{,}85 \cdot 10^4\ Nm > M_{max}$

Stahlträger kippt nicht

Aufgabe LB2

a) $(30/40/30)$
$0° \quad \pm 45° \quad 90°$

Laminat ist symmetr. und ausgeglichen $\rightarrow Q_{61}, Q_{26}, Q_{16}, Q_{62} = 0$

keine Zug/Druck-Schubkopplung

b) Mind. 20 Lagen nötig

$(0°/0°/0°/+45°/+45°/-45°/-45°/90°/90°/90°)_s$

c) $E_{11} = E_{22} = 53000 \frac{N}{mm^2}$

$G_{12} = 16000 \frac{N}{mm^2}$

$\nu_{12} = 0{,}24$

$\nu_{21} = 0{,}24$

$$Q = \begin{pmatrix} 56000 & 13000 & 0 \\ 13000 & 56000 & 0 \\ 0 & 0 & 15000 \end{pmatrix} [MPa]$$

$R_{m12} = 460\,MPa$

$R_{m10} = 460\,MPa$

$\tau_{12} = 290\,MPa$

Aufgabe LB 1

a)
$$y_{sp} = \frac{h \cdot t_s \cdot \frac{h}{2} + b \cdot t_F \cdot h + c \cdot t_F \cdot \left(h - \frac{c}{2}\right)}{t_F \cdot (2b + c) + t_s \cdot h} = 210\,mm$$

$$x_{sp} = \frac{b \cdot t_s \cdot \frac{b}{2} \cdot 2 + c \cdot t_s \cdot b}{t_F(2b+c) + t_s \cdot h} = 80\,mm$$

b)
$$J_{xs} = \frac{t_F \cdot h^3}{12} + (10\,mm)^2 \cdot t_F \cdot h + \frac{t_s \cdot c^3}{12} + (190\,mm - 50\,mm)^2 \cdot t_s \cdot c + 190^2 \cdot t_s \cdot b + (-210)^2 \cdot t_s \cdot b$$
$$= 7{,}310 \cdot 10^7\,mm^4$$

$$J_{ys} = \left(\frac{t_s \cdot b^3}{12} + \left(\frac{300}{2} - 80\right)^2 \cdot t_s \cdot b\right) \cdot 2 + 80^2 \cdot t_F \cdot h + (300 - 80)^2 \cdot t_s \cdot c$$
$$= 3{,}48 \cdot 10^7\,mm^4$$

$$J_{xys} = (300-80)(190-50) \cdot t_s \cdot c + 190 \cdot (150-80) \cdot t_s \cdot b + (-10) \cdot (-80) \cdot t_F \cdot h + (-210) \cdot (150 - 80) \cdot t_s \cdot b$$
$$= 6{,}60 \cdot 10^6\,mm^4$$

c)
Infolge $M_{x,y}$: $\sigma(x_s, y_s) =$ (F4.23)

Mit $x_s = b - x_{sp} = +220\,mm$

$y_s = y_{sp} = -80\,mm$ $\qquad \sigma = -627{,}3\,MPa$

d)
Nur Q_y: $\tau(u) =$ (F4.25)

Verläufe der statischen Momente im Flansch unten:

$$S_{xs} = \int_0^u y_s \cdot t_s\,du = \int_0^u -210 \cdot 2\,du = (-420\,u) \cdot t_s$$

$$S_{ys} = \int_0^u x_s\,t_s\,du = \int_0^u t((300-80) - u)\,du = \left(220\,u - \frac{1}{2}u^2\right) \cdot t_s$$

Linke Seite des Flansches: $u = b \rightarrow S_{xs} = -126\,000\,mm^3$ $\quad S_{ys} = 420000\,mm^3$

$$\tau = 92{,}46\,MPa$$

Aufgabe LB2

a)

(10 / 70 / 20)

$0°$ $\pm 45°$ $90°$

Mind. 40 Lagen ~~möglich~~ nötig

$[0°, 0°, 45°, 45°, 45°, 45°, 45°, 45°, 45°, -45°, -45°, -45°, -45°, -45°, -45°, -45°, 90°, 90°, 90°, 90°]_S$

b)

$$Q = \begin{bmatrix} 42000 & 22000 & 0 \\ 22000 & 54000 & 0 \\ 0 & 0 & 24000 \end{bmatrix}$$

c)

$$\sigma = \begin{bmatrix} 310 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix}$$

$$RF_{ZFB} = \frac{2}{R_I + \sqrt{R_I^2 + 4R_{II}}} \qquad RF_{FB} = \frac{R_{\parallel t}}{\sigma_{11}}$$

$$R_I = a_1 \sigma_{11} + a_2 \sigma_{22} = -0,1408$$

$$R_{II} = a_{11}\sigma_{11}^2 + 2a_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + a_{22}\sigma_{22}^2 + b_{12}\tau_{12}^2 = 1,09$$

Materialkennwerte aus Skript für weitere Berechnung verwenden

$a_{11} = 6,349 \cdot 10^{-7}$

$a_1 = 6,349 \cdot 10^{-6}$

$a_{22} = 9,524 \cdot 10^{-5}$

$a_2 = 1,524 \cdot 10^{-2}$

$a_{12} = -3,888 \cdot 10^{-6}$

$b_{12} = 1,417 \cdot 10^{-4}$

Dehnung des Gesamtaufbaus ist gleich der Dehnung einer Einzellage

$\varepsilon = S\sigma$ mit $S = Q^{-1}$ (Mit Q aus Musterlösung gerechnet)

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 9,196 \\ -3,196 \\ 6,250 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} = \varepsilon_{UD}$$

Keine Trafo nötig, weil Lagen und KS beide 0° Ausrichtung

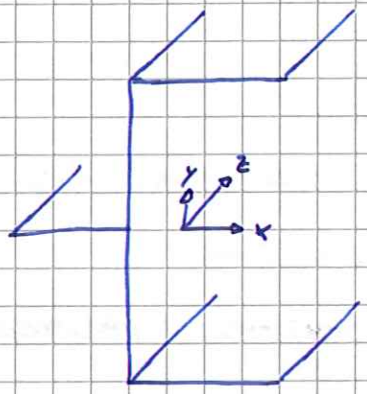
$$Q_0 = \begin{bmatrix} 126000 & 2700 & 0 \\ 2700 & 9700 & 0 \\ 0 & 0 & 4600 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{UD} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1149,8 \\ -9,179 \\ 28,75 \end{bmatrix} \longrightarrow RF_{ZFB} = 1,045$$

$$RF_{FB} = 1,089$$

Leichtbau Prüfung H-17

Aufgabe LB 1



a) Lösung über Reißlänge

$$RL = \frac{\sigma_{zul}}{\rho \cdot g} \hat{=} \frac{R_{p0,2}}{\rho \cdot g}$$

$$\frac{G_{St}}{G_{Alu}} = \left(\frac{\sigma_{zul}}{\rho \cdot g}\right)_{Alu} \cdot \left(\frac{\sigma_{zul}}{\rho \cdot g}\right)_{St} = 0{,}8704$$

$\rightarrow$ Stahl baut leichter!

b) Zugkraft muss in Schwerpunkt angreifen

$Y_s = 0$

$$X_s = \frac{2(t \cdot a \cdot \frac{a}{2}) + h \cdot t \cdot 0 \cancel{+} b \cdot t \cdot \frac{b}{2}}{t \cdot (2 \cdot a + h + b)} \doteq 0 \quad \rightarrow \quad b = 282{,}8\,mm$$

c) $b = \sqrt{2}\,a$

Längsnormalspannungen im Querschnitt: $\sigma_z = \frac{F}{A}$

$A = 2366\,mm^2 \qquad F = 650\,kN$

$\sigma_z = 2748 \cdot 10^8\,Pa = 274{,}8\,MPa$

d) $\sigma_z = \frac{F \cdot \cancel{\sin} \cos(\alpha)}{A} = 258{,}2\,MPa$

$$J_x = \frac{t \cdot h^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot t \cdot a + \left(-\frac{h}{2}\right)^2 \cdot t \cdot a = 7{,}083 \cdot 10^7\,mm^4$$

$y_{max} = \frac{h}{2} = 250\,mm$

$W = \frac{J}{y_{max}} = 2{,}833 \cdot 10^5\,mm^3$

$M_{max} = F \cdot \sin(\alpha) \cdot L = 222{,}3\,kNm$

$\sigma_x = \frac{M_{max}}{W} = 784{,}7\,MPa$

$\sigma_{max} = 1043\,MPa < R_{mSt} \quad \rightarrow$ Stahlträger hält

e) Es werden vernachlässigt:

- Schubspannungen aus Querkraft – Querschnitte wollen aneinander vorbeigleiten
- Torsionsspannungen aus Torsionsmoment, weil F nicht in Schubmittelpunkt angreift – Querschnitt will sich verdrehen
- Wölbspannungen infolge Wölbkrafttorsion

Aufgabe LB2

a) ~~[illegible]~~

~~[illegible] 40 Lagen mindestens nötig!~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

$0°$ $\pm 45°$ $90°$
(60 / 30 / 10)

$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, +45, +45, +45, -45, -45, -45, 90, 90)_s$

Mind. 40 Lagen nötig $\rightarrow$ $t_{ges} = 40 \cdot t_i = 5\,mm$

b) ges E_{11} E_{22} G_{12} Q

$E_{11} = 85000 \frac{N}{mm^2}$ $E_{22} = 29000 \frac{N}{mm^2}$

$G_{12} = 13000 \frac{N}{mm^2}$

$$Q = \begin{pmatrix} 89000 & 11000 & 0 \\ 11000 & 30000 & 0 \\ 0 & 0 & 13000 \end{pmatrix}$$

c) $R_{m11,zug} = \cancel{880}\ 805 \frac{N}{mm^2}$

$R_{m11,Druck} = 840 \frac{N}{mm^2}$

$\tau_{12} = 240 \frac{N}{mm^2}$

Alles aus Diagramm ablesbar!

d) Zwischenfaserbruch

$R_{zug,zw} = 525 \frac{N}{mm^2}$

e) $RF_{ZFB} = 2/(R_I + \sqrt{R_I^2 + 4 R_{II}})$

$R_{II} = a_{11}\sigma_{11}^2 + 2a_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} + a_{22}\sigma_{22}^2 + b_{12}\tau_{12}^2 = 0{,}332$

$R_I = a_1\sigma_{11} + a_2\sigma_{22} = 0{,}5637$

$a_{11} = (R_{m1z} \cdot R_{m1D})^{-1} = 6{,}349 \cdot 10^{-7}$

$a_1 = R_{m1z}^{-1} - R_{m1D}^{-1} = 6{,}349 \cdot 10^{-6}$

$a_{22} = (R_{m2z} R_{m2D})^{-1} = 9{,}524 \cdot 10^{-5}$

$a_2 = R_{m2z}^{-1} - R_{m2D}^{-1} = 1{,}524 \cdot 10^{-2}$

$a_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{a_{11} a_{22}} = -3{,}888 \cdot 10^{-6}$

$b_{12} = (R_{m12})^{-2} = 1{,}477 \cdot 10^{-4}$

Materialkonstante

Leichtbau Prüfung H19

gesucht ist ~~...~~ σ_{11}, σ_{22}, τ_{12}

Dehnung des Gesamtaufbau ist gleich der Dehnung einer einzellage:

$$Q = \begin{bmatrix} 89000 & 11000 & 0 \\ 11000 & 30000 & 0 \\ 0 & 0 & 13000 \end{bmatrix} \qquad S = Q^{-1} = \begin{bmatrix} 12,127 & -4,375 & 0 \\ -4,375 & 34,92 & 0 \\ 0 & 0 & 76,92 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{ges} = S\sigma = \begin{bmatrix} 4,708 \\ -1,726 \\ 6,154 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \qquad \text{mit } \sigma = \begin{bmatrix} 400 \\ 0 \\ 80 \end{bmatrix}$$

Trafo der Dehnung zu gesuchten $-45°$ für Dehnung der Einzelschicht

$$T_\varepsilon(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha^2 & \sin\alpha^2 & \cos\alpha\sin\alpha \\ \sin\alpha^2 & \cos\alpha^2 & -\cos\alpha\sin\alpha \\ -(2\cos\alpha\sin\alpha) & 2\cos\alpha\sin\alpha & \cos\alpha^2-\sin\alpha^2 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{UD} = T_\varepsilon(-45°)\cdot\varepsilon = \begin{bmatrix} -1,586 \\ 4,568 \\ 6,434 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \qquad \text{Dehnung in } -45°\text{-Lage}$$

~~Ausfallsspannung~~ Steifigkeitsmatrix einer Einzelschicht entweder aus ~~Spannung~~ Diagramm oder Tabelle ablesen:

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 126875 & 2717 & 0 \\ 2717 & 9058 & 0 \\ 0 & 0 & 4600 \end{bmatrix}$$

Zusammen mit ε_{UD} σ_{UD} (Spannung einer Einzelschicht) berechnen

$$\sigma_{UD} = Q_0 \cdot \varepsilon_{UD} = \begin{bmatrix} -188,7 \\ 37,07 \\ 29,60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Nun Berechnung von R_I und R_{II} (siehe vorherige Seite)

$R_{II} = 0,332$

$R_I = 0,5637$

$$\underline{\underline{RF_{ZFB} = 1,083}}$$

Leichtbau 1 Klausur F 16

Aufgabe LB 1

a)

N_z muss im Schwerpunkt angreifen für kein Biegemoment

$y_{SP} = 0$

$x_{SP} = \dfrac{(2t \cdot b \cdot \frac{b}{2}) \cdot 2 + a \cdot 2t \cdot \frac{a}{2}}{2t(2b+a) + t \cdot h} \overset{!}{=} a$

$a = \underline{\underline{50}}$ mm

b)

$\sigma_N(t) = \dfrac{N_z}{2t(2b+a)+th} = \underline{\underline{\dfrac{169{,}1}{t} \dfrac{N}{mm}}}$

c)

$M_x = Q_y \cdot l = 1200$ kNm

$\sigma(x_s, y_s) = \ldots F4.20 \ldots =$

$J_{xs} = \dfrac{t \cdot h^3}{12} + 0 + (2t \cdot b (\frac{h}{2})^2) \cdot 2 = 1{,}477 \cdot 10^8 \, t\,mm^3$

$J_{ys} = \dfrac{2t \cdot b^3}{12} + 50^2 \cdot b \cdot 2t + \dfrac{2t \cdot b^3}{12} + 50^2 \cdot b \cdot 2t + \dfrac{2t \cdot a^3}{12} + (-25)^2 \cdot a \cdot 2t + (-50)^2 \cdot h \cdot t = 6{,}625 \cdot 10^6 \, t\,mm^3$

$J_{xys} = \dfrac{750}{2} \cdot (-50) \cdot 2t \cdot b + (-\dfrac{750}{2})(-50) \cdot 2t b = 0 \, mm^4$

$\underline{\underline{\sigma(x_s, y_s) = \dfrac{3046{,}72}{t} \dfrac{N}{mm}}}$ $\quad$ $\underline{\underline{\sigma(x_s, y_s) = -\dfrac{3046{,}72}{t} \dfrac{N}{mm}}}$

d)

Maximale Längsspannung im oberen Flansch: $\sigma = \sigma_N(t) + \sigma_{Bo}(t) = \dfrac{3215{,}7}{t} \dfrac{N}{mm}$

~~muss~~ darf höchstens gleich $R_m = 830$ MPa sein, also $\underline{\underline{t \geq 3{,}876 \, mm}}$

e)

$\sigma_u(t_{min}) = \dfrac{170}{t_{min}} + \dfrac{-3046{,}72}{t_{min}} = \underline{\underline{-742{,}2 \text{ MPa}}}$

f)

$\sigma_{cr} = 365{,}9$ MPa (weil Flansch ist 2t dick)

$\sigma_{cr} < \sigma_u(t_{min}) \rightarrow$ Flansch beult nicht

$\sigma_u(t) \overset{!}{=} \sigma_{cr}(t)$

$t = \underline{\underline{4{,}906 \, mm}}$

g)

Wölbspannungen

Schubspannungen aus Querkraft

Schubspannungen aus Torsion und Wölbkrafttorsion

Instabilität wegen kippen des Biegeträgers wurde vernachlässigt

Leichtbau → Klausur H15

E1

Aufgabe 2

Schubspannung nach Gleichung 4.29 berechnen

$X_{sp} = \frac{2 \cdot b \cdot t \cdot \frac{b}{2} + 0}{2 \cdot b \cdot t + h \cdot t} = 15mm$ $\quad Y_{sp} = 60mm$

$J_x = \frac{t \cdot h^3}{12} + b \cdot t \cdot 60^2 + b \cdot t \cdot (-60)^2 = 1{,}728 \cdot 10^6 \, mm^4$

$J_y = \frac{t \cdot b^3}{12} + b \cdot t \cdot (+15)^2 + \frac{t \cdot b^3}{12} + b \cdot t \, (15)^2 + h \cdot t \cdot (-15)^2 = 2{,}7 \cdot 10^5 \, mm^4$

$J_{xy} = b \cdot t \cdot 60 \cdot 15 + b \cdot t \cdot (-60) \cdot 15 + h \cdot t \cdot 0 \cdot -15 = 0$

$S_{xs}(u) = \int_0^u Y_s(b,h,u) \cdot t \, du = \int_0^u \frac{h}{2} t \, du = \frac{h}{2} t u$

$S_y(u) = \int_0^u X_s(b,h,u) \cdot t \, du = \int_0^u (45-u) \, t \, du = (-\frac{1}{2}u^2 + 45u)t$

$\tau(u) = -0{,}01852u(u - 103{,}1)$

b)

$\frac{d\tau(u)}{du} = -1{,}9097 + 0{,}03704u$

Maximum bei $\frac{d\tau}{du} = 0 \longrightarrow u = 57{,}6$

$\tau_{max} = -49{,}24 \, MPa$

c)

Annahme : $Q_x = 10\,000$; Q_y variabel

$\frac{d\tau(u)}{du} = 0$ für $u = \frac{b}{2}$

$0{,}03704u - 3{,}472 \cdot 10^{-5}(Q_y + 48000) = 0$

$Q_y = -16000N \longrightarrow \frac{Q_y}{Q_x} = -1{,}6$

d)

Torsionsschubspannunge und Wölbschubspannungen

Leichtbau → Klausur H14

Aufgabe 1

a)

$\sigma = \frac{M_x}{W} = M_x : \left(\frac{J_x}{y_{max}}\right)$ $\quad J_{x1} = \frac{b h_1^3}{12} \quad J_{x2} = \frac{b h_2^3}{12}$

$\sigma_1 = \frac{12 M_x}{6\, h_1^2} \rightarrow h_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 M_x}{\underset{a_1}{6} \cdot \underset{R_{M1}}{\sigma}}}$

$h_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{3 M_x}{a_2 R_{M2}}}$

Werte nicht gegeben aber stimmt wohl

b)

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2\sqrt{\frac{3M_x}{a R_{M1}}}}{2\sqrt{\frac{3M_x}{a R_{M2}}}} = \sqrt{\frac{R_{M2}}{R_{M1}}}$

c)

$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{R_M}{\rho g}\right)_2 \left(\frac{\rho g}{R_M}\right)_1 = \frac{\rho_2 R_{M1}}{\rho_1 R_{M2}}$ ↯ Warum funktioniert das hier nicht? Geht das nur bei Holmen so?

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\cancel{a} \cdot h_1 \cdot \cancel{l} \cdot \rho_1}{\cancel{a} \cdot h_2 \cdot \cancel{l} \cdot \rho_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \sqrt{\frac{R_{M2}}{R_{M1}}}$ $\quad$ Index $\frac{\rho}{\sqrt{R_M}}$

Aufgabe 2

a)

El. Flächenträgheitsmomente müssen gleich sein

$E_1 J_{x1} = E_2 J_{x2}$

$E_1 \frac{a h_1^3}{12} = E_2 \frac{a h_2^3}{12}$

b)

$\frac{h_1}{h_2} = \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}}$

c)

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a h_1 l \rho_1}{a h_2 l \rho_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_1}}$ $\quad$ Index $\frac{\rho}{\sqrt[3]{E}}$