Aero - Übung 1

Aufgabe 2

a) Profil A

1. NV mit $A_0 = 0{,}1$: $c_a = \frac{1}{5}\pi = 0{,}6283$ $\quad$ $c_m = -\frac{1}{20}\pi = -0{,}1571$

Profil B

knick - Allgemeiner Ansatz muss genutzt werden (Fourier-Reihe)

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\vartheta) = \underbrace{\cancel{\alpha^*}}_{=0} - \frac{dz}{dx}$$

Nur A_0, A_1, A_2 für Auftrieb und Moment notwendig (für exakte Lösung)

$$A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\, d\vartheta$$

$$A_1 = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\cos(\vartheta)\, d\vartheta$$

$$A_2 = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\cos(2\vartheta)\, d\vartheta$$

Profil in zwei Abschnitte unterteilen

$0 \le x \le \frac{3}{4}t$: $\frac{dz}{dx} = 0$

$\frac{3}{4}t < x \le t$: $\frac{dz}{dx} = -\frac{2}{5}$

Integrationsgrenzen für $\bar{x}$ berechnen mit $\frac{x}{t} = \bar{x} = \frac{1+\cos(\vartheta)}{2}$

$\vartheta = \arccos(2\bar{x}-1)$

$\bar{x}_1 = 0$; $\bar{x}_2 = \frac{3}{4}$; $\bar{x}_3 = 1$

$\vartheta_1 = \pi$; $\vartheta_2 = \frac{\pi}{3}$; $\vartheta_3 = 0$ $\quad$ Eingesetzt folgt:

$$A_0 = -\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\, d\vartheta + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\, d\vartheta\right] = \frac{2}{15} = 0{,}1333$$

$$A_1 = -\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\cos(\vartheta)\, d\vartheta + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\cdot\cos(\vartheta)\, d\vartheta\right] = 0{,}2205$$

$$A_2 = -\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\cos(2\vartheta)\, d\vartheta + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\cdot\cos(2\vartheta)\, d\vartheta\right] = 0{,}1103$$

$c_a = \pi(2A_0 + A_1) = 1{,}530$ $\quad$ $c_m = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) = -0{,}6424$

b) Lösen mit Superposition

$$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1\bar{x}(1-\bar{x}) - A_2\bar{x}\left(1 - 4\bar{x} + \frac{8}{3}(\bar{x})^2\right) + C$$

$$= 0{,}1333 - 0{,}02310\,\bar{x} + 0{,}2207\,\bar{x}^2 - 0{,}2941\,\bar{x}^3$$

Prüfungsaufgabe 1 (F 2012)

Nur 1. NV und 2. NV berücksichtigen

a) $\bar{z}(\bar{x}=0{,}1) = 0{,}07614$ $\qquad$ $\bar{z}(\bar{x}=0{,}9) = 0{,}02014$

$A_0 = \cancel{\alpha^*}^{\,\overset{!}{=}0} + \alpha_0 \longrightarrow \alpha_0 = A_0$

$A_1 = 2(\alpha_2 - \alpha) = 4\,\frac{f}{t}$

Kontur durch Superposition:

$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1\,\bar{x}(1-\bar{x})$

Einsetzen der Randbedingungen liefert

$A_0 = 0{,}07$ $\qquad$ $A_1 = 0{,}746$

$\alpha_0 = 4{,}011°$

$C_a = 2\pi A_0 + \pi A_1 = 0{,}8485$

$\bar{z} = 0{,}07 + 0{,}076\,\bar{x} - 0{,}746\,\bar{x}^2$

b) $C_{mVK} = -0{,}3393$

$C_{m\,t/4} = -0{,}1147$

Für $\alpha_{A=0}$ Gleichung für C_a gleich Null setzen, nach A_0 auflösen

$\alpha_{A=0} = -4{,}783°$

Prüfungsaufgabe 2 (F2014)

$\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = (0{,}07 + 0{,}32\,\bar{x})\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}\,, \quad 0 \le \bar{x} \le 1 \quad$ mit $\bar{x} = \frac{x}{t} \qquad \alpha^* = 1°$

$\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$ (Superposition)

$= 0{,}07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0{,}32\sqrt{\bar{x}^2\left(\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}\right)}$

$= 0{,}07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0{,}32\sqrt{(1)\,\bar{x}(1-\bar{x})}$ (Koeffizientenvergleich)

$A_0 = 0{,}035$ $\qquad$ $A_1 = 0{,}08$

Störgeschwindigkeit

$\frac{w_0}{U_\infty} = -0{,}035 + 0{,}08(1 - 2\bar{x}) \overset{!}{=} 0$

$\bar{x}\left(\frac{w(\bar{x})}{U_\infty} = 0\right) = 0{,}2813$

Aero Übung 2

Aufgabe 4

a) $c_a = \pi (2A_0 + A_1)$

$A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx}\, d\varphi$

$0 \leq \frac{x}{t} \leq \frac{1}{4}$: $\frac{dz}{dx} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} < \frac{x}{t} \leq \frac{3}{4}$: $\frac{dz}{dx} = 0$

$\frac{3}{4} \leq \frac{x}{t} \leq 1$: $\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{3}$

Hier Integralgrenzen vertauscht...

$\varphi = \arccos(2\bar{x} - 1)$

$A_0 = 0 - \frac{1}{\pi}\left(\int_\pi^{\frac{3}{3}\pi} \frac{1}{3}\, d\varphi + \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} 0\, d\varphi + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{0} -\frac{1}{3}\, d\varphi \right) = 0$

$A_n = -\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos(n\varphi)\, d\varphi \longrightarrow$ $A_1 = +0{,}3676$

$A_2 = 0$

$c_a = +1{,}155$ $\qquad c_m = -0{,}5774$

b) Neutralpunkt in Skelett-Theorie unabhängig von Kontur bei $\frac{x_N}{t} = \frac{1}{4}$

Gegebenes Skelett wird allein durch 2. NV approximiert $\rightarrow \frac{x_A}{t} = \frac{1}{2}$

$c_{m,A=0} = -\frac{\pi}{4}(A_1 + A_2) = -0{,}2887 \neq 0$

$\hookrightarrow$ nicht druckpunktfest

Prüfungsaufgabe 1 (F 2010)

a) Kontur aus Superposition 1. und 2. NV

$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1 - \bar{x}) + A_1 \bar{x}(1 - \bar{x})$

$\alpha^* = 0$; $A_0 = 0{,}03998 \approx 0{,}04$; $A_1 = 0{,}08$ (Ablesen aus Diagramm)

$\bar{z} = (0{,}04)(1 - \bar{x}) + 0{,}08\,\bar{x}(1 - \bar{x})$

$= 0{,}04 + 0{,}04\,\bar{x} - 0{,}08\,\bar{x}^2$

$c_a = c_{a0} + c_{a1} = 0{,}5027$

$c_m = c_{m0} + c_{m1} = -0{,}1885$

$\frac{x_d}{t} = -\frac{c_{mVK}}{c_a} = 0{,}3750$

$c_{m,t/4} = c_{mVK} + \frac{c_a}{4} = -0{,}06283$

Prüfungsaufgabe 4 (F2011)

VZ

a) $\frac{dC_a}{d\alpha} = \frac{(1,2)-(-0,5)}{(-8,5)-(8,5)} \cdot \frac{180}{\pi} = +6,741$ $\left[\frac{1}{rad}\right]$

$\frac{dC_M}{d\alpha} = \frac{\cancel{0,12} - 1 - 0,8}{(8-(-8)) \cdot \frac{\pi}{180}} = 0,07162$ $\left[\frac{1}{rad}\right]$

Maximale aerodynamische Güte mit Tangente an Polare und durch Ursprung.

Schneidet bei $\frac{C_a}{C_w} = \frac{1,2}{0,008} = 150$

Laminardelle im Bereich des kleinsten Widerstandes bei ca. $0,5 \leq C_a \leq 1,2$

Geometrische Modifikation ist Verdickung des Profils – Laminarerhaltung über breiteren Anstellwinkel-Bereich

b) $C_a = C_{a0} + C_{a1} = 2\pi\alpha + 4\pi\frac{f}{t}$

$\frac{dC_a}{d\alpha} = 2\pi \approx 6,283$

$C_{M,t/4} = -\frac{\pi}{2}\alpha - 2\pi\frac{f}{t} + \frac{C_a}{4}$

$\frac{dC_{M,t/4}}{d\alpha} = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{4} = 0$

Wölbung durch gemessene Beiwerte bei $\alpha = 0°$: $0,4 = 2\pi \cdot 0° + 4\pi\frac{f}{t}$

$\frac{f}{t} = 0,03183$

Gemessener Momentebeiwert bei $\alpha = 0°$: $C_M = -0,09$

Berechneter Momentebeiwert bei $\alpha = 0°$: $C_M = -0,1$ 11% Abweichung

c) ???

Aero Übung 3

Aufgabe 5

a) geg: dünnes Profil, $t = 2m$, $\frac{f}{t} = 1\%$, $U_{\infty I} = 50 \frac{m}{s}$, $\alpha = 10°$

$\rho_{\infty I} = 1{,}2 \frac{kg}{m^3}$, $T_{\infty I} = 15°C$
$= 288{,}15°K$

ges: A_I^* (Auftrieb pro Längeneinheit in y-Richtung (Spannweitenrichtung))

$$A^* = \frac{A}{b}$$

Anströmmachzahl: $Ma_{\infty I} = \frac{U_{\infty I}}{\sqrt{\kappa R T_{\infty I}}} = 0{,}1469 < 0{,}3$

↳ Es kann inkompressibel gerechnet werden

↳ Skelett-Theorie (dünnes Profil, kleine Wölbung)

Zur Vereinfachung (Weil nicht in Aufgabe vorgegeben wird $\alpha^* = 0$ gesetzt)

$c_a = \pi(2A_0 + A_1)$ $\quad A_0 = \alpha_0 = \alpha$

$c_a = \pi(2\alpha_0 + 4\frac{f}{t})$

Auftrieb pro Längeneinheit

$$A = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 F c_a$$

$$A_I^* = \frac{\rho_{\infty I}}{2} U_{\infty I}^2 \frac{F}{b} c_a$$

F: Referenzfläche für c_A; b: Längeneinheit

Weil unendlich gestreckter Flügel $c_A = c_a$

$$A_I^* = \frac{\rho_{\infty I}}{2} U_{\infty I}^2\, t\, c_a$$

$$= 3667 \frac{N}{m}$$

b) geg: $Ma_{\infty II} = 0{,}5$ $\quad a_{\infty II} = 300 \frac{m}{s}$ $\quad \rho_{\infty II} = 1 \frac{kg}{m^3}$ $\quad A_{II}^* = A_I^*$

Nicht mehr ~~komp~~ inkompressibel rechnen!, 2D-Betrachtung

ges: α_{II} Anstellwinkel

1. PGR: $c_a(x, z, \alpha, f, \delta) = \frac{1}{\beta} c_{a,ik}(x, z, \alpha, f, \delta)$

$$\beta = \sqrt{1 - Ma_{\infty II}^2} = 0{,}866$$

$c_{a II} = \frac{1}{\beta} c_{a,ik}$

└ Skelett-Theorie auf „unverzerrte inkompr. Vergleichsgeometrie"

Einsetzen in A_I^*-Formel, auflösen nach α_0 liefert:

$\alpha_{II} = 0{,}1477°$

Aufgabe 6

a) geg: dünner, ungeschränkter Tragflügel, elliptischer Grundriss, symmetr. Profil

$b = 10m$ $\quad F = 25m^2$ $\quad T_\infty = 300K$ $\quad U_{\infty 1} = 140 \frac{m}{s}$ $\quad U_{\infty 2} = 280 \frac{m}{s}$

ges: A_2/A_1

$\frac{dC_A}{d\alpha} = \frac{2\pi\Lambda}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2}$ kann in 1, und 2 nicht inkompr. gerechnet werden

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\rho_\infty}{2} U_{\infty 2}^2 S C_{A2}}{\frac{\rho_\infty}{2} U_{\infty 1}^2 S C_{A1}}$

$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{U_{\infty 2}}{U_{\infty 1}}\right)^2 \cdot \frac{C_{A2}}{C_{A1}}$

Berechnung von C_{A1}, C_{A2} mit Göthert-Regel (weil 3D)

$C_{A1}(\cancel{x}, x, y, z, \alpha, f, \delta, \Lambda) = \frac{1}{\beta^2} C_{A1,ik}(x, \beta y, \beta z, \beta\alpha, \beta f, \beta\delta, \beta\Lambda)$

$\beta_1 = \sqrt{1-Ma_{\infty 1}^2} = 0{,}9161$

$\beta_2 = \sqrt{1-Ma_{\infty 2}^2} = 0{,}5975$ "Verzerrung" bei größeren Machzahlen stärker

$\cancel{C_{A1} = \frac{1}{\beta_1}\left(\frac{dC_{A1}}{d\alpha}\right)_{ik} \alpha_{ik} = \frac{1}{\beta_1}\frac{2\pi\Lambda_1}{\sqrt{\Lambda_1+4}+2}\alpha_{ik}}$

- Göthert-Regel: Verzerrung von Geometrie und Strömung

↳ Inkompressibler Vergleichsfall

$C_{A1} = \frac{1}{\beta_1^2} C_{A1,ik}$ und ~~[illegible]~~

$\Lambda_{ik} = \beta \cdot \Lambda$ und $\alpha_{ik} = \beta \cdot \alpha$

$C_{A1} = \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{dC_{A1}}{d\alpha}\right)\Big|_{ik} \alpha_{ik}$

$C_A = \frac{1}{\beta^2} \frac{2\pi\beta\Lambda}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} \beta\alpha$ mit $\Lambda = \frac{b^2}{S} = 4$

$C_A = \frac{2\pi\Lambda\alpha}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2}$

$\frac{A_2}{A_1} = 4{,}842$

b) ges: $\frac{W_{i2}}{W_{i1}}$ mit $C_{wi} = \frac{C_A^2}{\pi\Lambda}$

C_{A1} und C_{A2} aus a) einsetzen: $C_{wi2} = 1{,}934$ $\quad C_{wi1} = 1{,}32$

$W_i = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 \cdot S \cdot C_{wi}$ Einsetzen liefert

$\frac{W_{i2}}{W_{i1}} = 5{,}867$

Aero Übung 3 $\boxed{7}$

Aufgabe 7

a) ges: α_S / α_R , weil symmetr. gilt: $\frac{dc_A}{d\alpha}\alpha = \frac{2\pi\Lambda\alpha}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2} = c_A$

Annahme: Stationäre Flugzustände mit gleichbleibendem Auftrieb $A_S \overset{!}{=} G$, $A_R \overset{!}{=} G$

$$A_S = \frac{\rho_{\infty S}}{2} \cdot U_{\infty S}^2 \cdot S \cdot c_{A_S} = G$$

$$A_S = \frac{\rho_{\infty S}}{2} \cdot U_{\infty S}^2 \cdot S \cdot \frac{2\pi\Lambda\alpha_S}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2} = G$$

$$\alpha_S = \cancel{\ldots} \; 2{,}659 \cdot 10^{-5}\, G$$

α_R muss mit Göthert-Regel berechnet werden

$$c_{AR} = \frac{1}{\beta^2} \left.\frac{dc_{AR}}{d\alpha}\right|_{ik} \alpha_{ik} \qquad \text{mit } \Lambda_{ik} = \beta\Lambda_R \text{ und } \alpha_{ik} = \beta\alpha$$

$$c_{AR} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2}$$

$$A_R = \frac{\rho_{\infty R}}{2} \cdot U_{\infty R}^2 \cdot S \cdot c_{AR} = G$$

$$A_R = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_{\infty R}^2 \cdot S \cdot \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} = G$$

$$\alpha_R = 3{,}71 \cdot 10^{-6}\, G$$

$$\alpha_S / \alpha_R = 7{,}165$$

b) ges: $\varepsilon_S / \varepsilon_R$ mit nur ind. Wiederstand, $c_{wi} = \frac{c_A^2}{\pi\Lambda}$

$$\varepsilon = \frac{c_w}{c_A} = \frac{c_A^2/\pi\Lambda}{c_A} = \frac{c_A}{\pi\Lambda}$$

$$c_{AR} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} = 4{,}922\, \alpha_R$$

$$c_{AS} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_S}{\sqrt{\cancel{\beta^2}\Lambda^2+4}+2} = 4{,}395\, \alpha_S$$

$$\varepsilon_S / \varepsilon_R = \frac{c_{AS}}{c_{AR}} = 0{,}8929 \cdot \frac{\alpha_S}{\alpha_R} = 6{,}398$$

Prüfungsaufgabe 5 (F2014)

a) geg: $\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = (0{,}07 + 0{,}32\,\bar{x})\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}$, $0 < \bar{x} \leq 1$ mit $\bar{x} = \frac{x}{t}$

Anströmung mit 1°

ges: $\bar{x}\left(\frac{w(\bar{x})}{U_\infty} = 0\right)$

Standardform der Zirkulation

$$\frac{\gamma_0}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\frac{x}{t}}{\frac{x}{t}}} + 4A_1\sqrt{\frac{x}{t}\left(1-\frac{x}{t}\right)}$$

$$= 2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$$

$$\stackrel{!}{=} 0{,}07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0{,}32\,\bar{x}\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} \qquad A_0 = 0{,}035$$

$$0{,}32\sqrt{\bar{x}^2\left(\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}\right)}$$

$$0{,}32\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})} \qquad A_1 = 0{,}08$$

Einsetzen in Geschwindigkeitsverteilung:

$$\frac{w_0}{U_\infty} = -0{,}035 + 0{,}08\,(1-2\bar{x}) \qquad \bar{x} = 0{,}2813$$

b) $\Delta C_p = C_{pu} - C_{po} = 2\,\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty}$

geg: $\bar{x} = 0{,}5$; $\Delta C_p = 0{,}575$

wegen "subsonisch" vielleicht...?

Nicht in Aufgabe gegeben, aber ist wohl zu hohe Machzahl für Skelett-Theorie

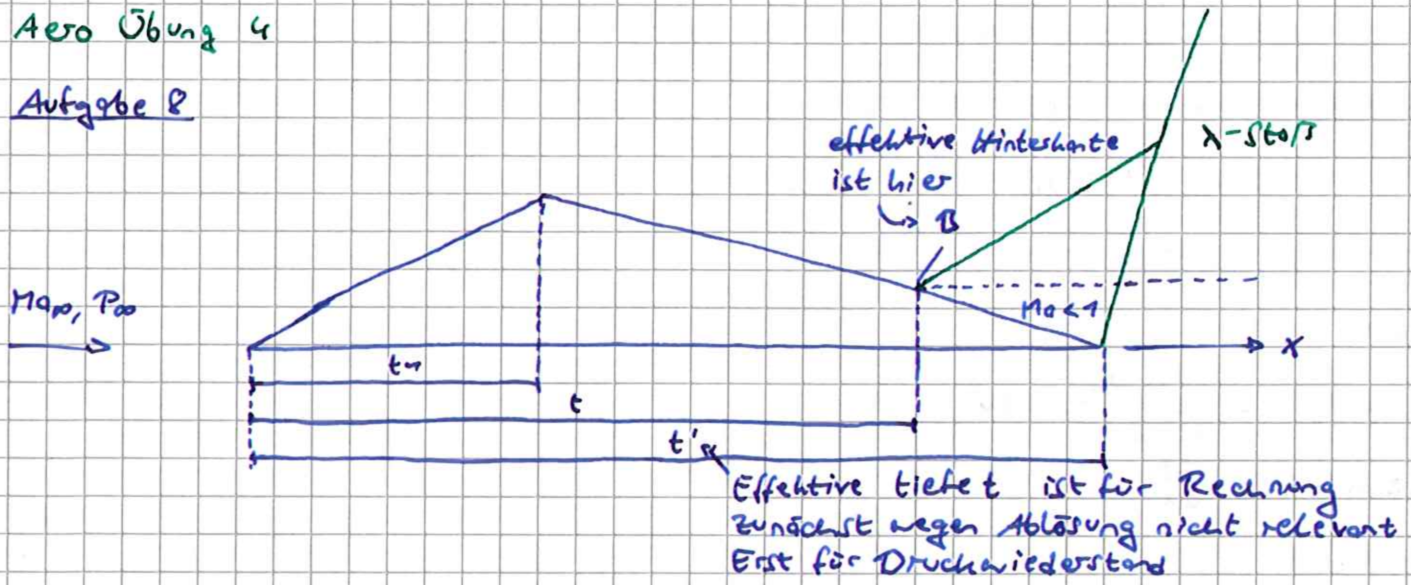
$\Delta C_p = \frac{1}{\beta}\,\Delta C_{p\,ik}$ mit $\beta = \sqrt{1 - Ma_\infty^2}$ Prandtl-Glauert-Regel

$$\frac{1}{\beta}\cdot 2\cdot\left(0{,}07 + 0{,}32\,\overset{=0{,}5}{\bar{x}}\right)\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} \stackrel{!}{=} 0{,}575$$

$Ma_\infty = 0{,}6$

Aero Übung 4

Aufgabe 8



a) geg: nicht angestelltes Überschallprofil ; $f_{max} = 0{,}1t$ bei $x = t_1$

$f_B = \frac{1}{30} t$ bei $p_B = k \cdot p_\infty$

$Ma_\infty = 2$; $t_1 = 0{,}2t$; $k = 0{,}72$

ges: Formel für Wellenwiderstandsbeiwert, Druckwiderstandsbeiwert am Heck

$$c_{wW} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\cancel{\alpha^2}^{=0} + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_0}{d\bar{x}}\right)^2 + \cancel{\left(\frac{d\bar{z}_u}{d\bar{x}}\right)^2}^{=0} d\bar{x} \right)$$

Gradienten:

$\frac{dz_0}{dx} = \frac{f_{max}}{t_1}$ für $0 \le x \le t_1$

$\frac{dz_0}{dx} = \frac{-(f_{max} - f_B)}{t - t_1}$ für $t_1 < x \le t$ — Danach Unterschall, Druckwiderstand wird gesondert behandelt

$\frac{dz_u}{dx} = 0$ — Wellenwiderstand nur im Überschall ($x < t$)

$$c_{wW} = \frac{2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^{t_1/t} \left(\frac{f_{max}}{t_1}\right)^2 d\bar{x} + \int_{t_1/t}^1 \left(\frac{-(f_{max} - f_B)}{t - t_1}\right)^2 d\bar{x} \right)$$

Aufgelößt ergibt sich genau ~~den~~ der gesuchte Zusammenhang für c_{wW} $= 0{,}04582$

b) Druckwiderstand $\hat{=}$ Kraft die in Anströmrichtung zeigt

$$W_D = \underbrace{q_\infty \cdot c_{wD} \cdot \underbrace{t \cdot 1}_{\text{Fläche}}}_{\text{Allgemein}} = \underbrace{- (p_B - p_\infty) f_B \cdot 1}_{\text{Druckwiderstand}}$$

$$c_{wD} = - \frac{p_B - p_\infty}{q_\infty} \cdot \frac{f_B}{t}$$

; $p_B = k \cdot p_\infty$

$q_\infty = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2$

$U_\infty = Ma_\infty \sqrt{\kappa R T_\infty}$

$p_\infty = \rho_\infty R T_\infty$

In Lösung 0,003...? Warum?

Alles eingesetzt ergibt die gesuchte Form für c_{wD} $= 0{,}006487$

b) Ableitung nach t_1 und gleichsetzen mit 0 zur Extremstelle findung liefert:

C_{ww} Extremstellen bei $t_1 = 3t$, $t_1 = 0{,}6t$

Nur $t_1 = 0{,}6t$ ist sinnvolles Ergebnis

$C_{ww} = 0{,}03208$

Aufgabe 9

$$\Delta P = P - P_\infty \approx \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\, d\delta$$

$$d\delta \approx \tan(d\delta) = \frac{dz}{dx}$$

a) Rhombusprofil

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d/2}{t/2} = \frac{d}{t} \qquad \text{für} \quad 0 \le x \le \frac{t}{2} \qquad 0 \le \bar{x} \le 0{,}5$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{d/2}{t/2} = -\frac{d}{t} \qquad \text{für} \quad \frac{t}{2} < x \le t \qquad 0{,}5 < \bar{x} \le 1$$

Allgemeine Gleichung für Wellenwiederstand:

$$C_{ww} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\cancel{\alpha^2}^{=0} + \cancel{\tfrac{1}{2}} \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_0}{d\bar{x}}\right)^2 + \cancel{\left(\frac{d\bar{z}_u}{d\bar{x}}\right)^2}^{\text{Symmetrie}} d\bar{x} \right)$$

~~Weil Profil symmetrisch vereinfacht sich die Gleichung~~

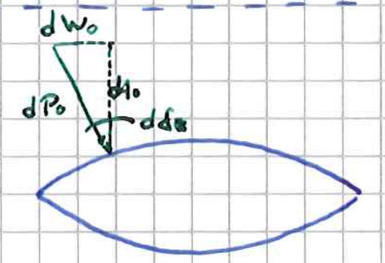
~~$C_{ww} = 0$~~ ?

kein Antimetrischer Anteil, weil symmetrisches Profil, symmetrischer Anteil C_{ws} C_{ws}

$$C_{ws} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_s(\bar{x})}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} \right) \quad \text{mit} \quad \bar{z}_s = \bar{z}_o = -\bar{z}_u$$

$$= \frac{4 d^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}\, t^2} = \frac{4\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$

↯ Stimmt zwar, aber Aufgabestellung nicht erfüllt



$$dW_w = 2 \cdot dW_o = 2 \cdot dP_o \cdot \sin(d\delta) = 2\, dP_o \cdot d\delta$$

$$dW_w = 2\, dP \cdot d\delta$$

$$dP = \Delta P \cdot \underbrace{dF}_{\text{Flächenelement}} = \Delta P \cdot dS \cdot b \approx \Delta P \cdot b \cdot dx$$

Einsetzen ergibt:

$$dW_w = 2(\Delta P \cdot b \cdot dx)\, d\delta$$

Einsetzen der gegebenen Gleichung

$$dW_w = 2\left(\frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\, d\delta\right) b \cdot dx \cdot d\delta \qquad \text{Integriere über gesamtes Profil}$$

$$W_w = 2\, \frac{\rho_\infty U_\infty^2 b}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^t d\delta^2\, dx \qquad \text{Wieder zum Wellenwiederstandsbeiwert}$$

$$C_{ww} = \frac{W_w}{\rho/2\, U_\infty^2 \cdot b \cdot t} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 d\bar{x} = \frac{4\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$

Aero Übung 4

Kreisbogenzweieck

Parabelgleichung mit Randbedingungen festlegen (Oder NV)

$$2\,\frac{d}{t}\left(\frac{x}{t}\right)\left(1-\frac{x}{t}\right) = \frac{z}{l}$$

$$\frac{dz}{dx} = 2\,\delta\left(1-2\,\frac{x}{t}\right)$$

Einsetzen in hergeleitete Formel ergibt:

$$c_{ww} = \frac{16\,\delta^2}{3\sqrt{\frac{1}{4\delta^2}-1}}$$ TR sagt bisschen was anderes

Nächste Aufgabe erstmal überspringen... Aber noch machen!

Aufgabe 10

Aero Übung 5

Aufgabe 11

a) geg: $b = 10m$ $t = 1m$ $\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$ $U_\infty = 60\,\frac{m}{s}$ $\rho_\infty = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$

$$\Gamma(\vartheta) = \sum_{n=1}^{3} A_n \sin(n\vartheta) = 20\sin(\vartheta) + 2\sin(2\vartheta) + 2\sin(3\vartheta)$$

Traglinientheorie: $A_1 = 20$ $A_2 = 2$ $A_3 = 2$

$$A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 = 11310\ N$$

$$W_i = \frac{\pi}{8} \cancel{b} \rho \sum_{n=1}^{M} n \cdot A_n^2 = 197{,}9\ N$$

$$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2 = 2827\ Nm$$

$$M_z = -\frac{\pi}{32} b \rho \left[(1+2) A_1 A_2 + (2+3) A_2 A_3\right] = -164{,}9\ Nm$$

b) $$\alpha_g(\vartheta) = \frac{1}{2\sin(\vartheta)} \sum_{n=1}^{M} \frac{A_n}{b U_\infty} \sin(n\vartheta)\left[\frac{4b\sin(\vartheta)}{\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D} \cdot t(\vartheta)} + n\right]$$

↳ const. (Rechteckflügel)

y	$-b/2$	$-b/4$	0	$b/4$	$b/2$
ϑ	π	$2\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	0
α_g	1,4	5,5	6,1	6,9	2,2

Tabelle mit TR-Programm lösen

Aufgabe 12

a) geg: $\alpha_{g_i} = 6{,}7°$ $U_\infty = 50\,\frac{m}{s}$ $\omega_x = -0{,}5\,\frac{1}{s}$ $\rho = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$ $b = 10m$ $t_i = 2m$ $\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$

Elliptischer Flügel

$$\Gamma(\vartheta) = \sum_{n=1}^{M} A_n \sin(n\vartheta)$$

$$\Gamma(\vartheta) = A_1 \sin(\vartheta) + A_2 \sin(2\vartheta)$$

Prüfungsaufgabe F12

a) und b) wurden bereits gelöst / sind nur Traglinientheorie

c) geg: Trapezflügel, $G = 5000\,N$ (in der Regel gleich Auftrieb)

$F = 9\,m^2$ $\quad \lambda = 0{,}6$ $\quad b = 15\,m$ $\quad U_\infty = 126\,\frac{m}{s}$ $\quad \rho = 1\,\frac{kg}{m^3}$

elliptische Zirkulationsverteilung

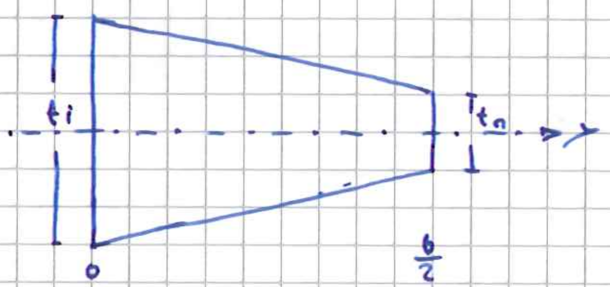
ges: Γ_1, $t(\vartheta)$, $c_a(\vartheta)$ für $\vartheta = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}$

Annahme: stationärer Horizontalflug $A = G$

$$A = \frac{\pi}{4}\, b\, \rho\, U_\infty \cdot \Gamma_1 \longrightarrow \Gamma_1 = \frac{4 \cdot G}{\pi b \rho U_\infty} = 12{,}126\ \frac{m^2}{s}$$

Elliptische Zirkulationsverteilung $\quad \Gamma(\vartheta) = \Gamma_1 \cdot \sin(\vartheta)$

Trapezflügel:



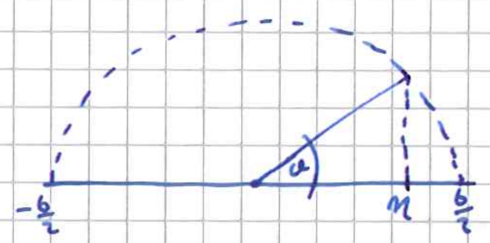
$$F = b\left(\frac{t_a + t_i}{2}\right) = 9\,m^2$$

$$\lambda = \frac{t_a}{t_i} = 0{,}6$$

$t_i = 0{,}75\,m \qquad t_a = 0{,}45\,m$

$$\longrightarrow t(y) = t_i + \frac{t_a - t_i}{b/2}\, y$$

Transformation



$$\eta = \frac{y}{b/2} = \cos(\vartheta)$$

$$t(\vartheta) = t_i + (t_a - t_i)\underbrace{\cos(\vartheta)}_{\hat{=}\,\eta}$$

Auftrieb: $\quad$ allgemein: $\quad \Gamma(\vartheta) = \frac{U_\infty}{2} \cdot c_a(\vartheta) \cdot t(\vartheta)$

$$c_a = \frac{2\Gamma(\vartheta)}{U_\infty \cdot t(\vartheta)} = \frac{2\Gamma_1 \sin(\vartheta)}{U_\infty (t_i + (t_a - t_i)\cdot \eta)}$$

Auswerten für alle 5 gegebenen Punkte

ϑ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Γ	0	4,64	8,57	11,2	12,11
c_a	0	0,561	0,91	1,01	0,424

b) Ansteckflügel ≘ Winglet

geg: $b = 18m$; $F = 10m^2$; keine elliptische Zirkulationsverteilung ; $k = 1{,}05$
$k_{alt} = 1$

ges: C_{wi}, W_i } Für alte und neue Konfiguration

%-Einsparung in Bezug auf induzierten Wiederstand.

Aerodynamischer Nachteil

Formeln $C_{wi} = \frac{C_A^2}{\pi \cdot \Lambda} \cdot k$ mit $\Lambda = \frac{b^2}{F}$

$C_A = \frac{2G}{\rho v_\infty^2 F}$

$W_i = \frac{\rho}{2} v_\infty^2 F \, C_{wi}$

Alte Konfiguration: $C_A = 0{,}907$
$C_{wi} = 0{,}0105$ mit $\Lambda = 25$ $k = 1$ (elliptisch)

$W_i = 57{,}85 \, N$

Neue Konfiguration $C_A = 0{,}816$
$C_{wi} = 0{,}00687$ mit $\Lambda = 32{,}4$ $k = 1{,}05$

$W_i = 42{,}1 \, N$

27,2% Einsparung!

Nachteile im Schnellflug, wo Reibungswiederstand bei größerer bespühlter Oberfläche überwiegt.

Aero Übung 6

Aufgabe 12

a) geg: ungeschränkter Flügel; elliptischer Grundriss; Stat. Horizontalflug

$\alpha_{gi} = 6{,}7°$ $\quad U_\infty = 50\ m/s$ $\quad \omega_x = -0{,}5\ \frac{1}{s}$ $\quad \rho = 1{,}2\ \frac{kg}{m^3}$ $\quad b = 10m$

$t_i = 2m$ $\quad \frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$ $\quad M = 1$

Diskretisierung: $\Theta_\mu = \frac{\mu\pi}{M+1}$; ~~Mit~~ $\eta = \cos(\Theta_\mu)$

$\Theta_\mu = \{\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{8}\}$

~~[illegible]~~

~~$\sum_{n=1}^{M}$ [illegible]~~ ; ~~$\sum_{\mu=1}^{M}$ [illegible]~~

$\eta_\mu = \{$

Endgleichung Multhopp-Verfahren $[b] \cdot \vec{\gamma}_{\mu} = \vec{\alpha}_{g\nu}$

↳ Dimensionslose Zirkulationsverteilung ~~ist~~ gesucht.

$\gamma(y) = \frac{\Gamma(y)}{b \cdot U_\infty}$ → Dimensionsbehaftete Zirkulationsverteilung ist gesucht!

↳ $\vec{\alpha}_g$: geometr. ungeschränkt

$\alpha_{gi} = 6{,}7°$

Rollbewegung → aus ω_x resultiert Geschw. in z-Richtung

$$\alpha_{g\nu} = \alpha_{gi} - \frac{\omega_x \cdot b \cdot \cos(\vartheta_\nu)}{2 \cdot U_\infty}$$

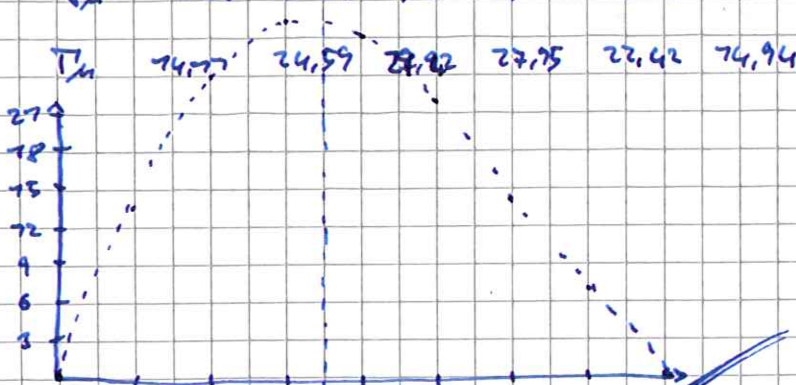
L [b] für $M = 1$ aus Skript oder TR-Programm

Diagonalelemente $\quad b_\nu = b_{\nu\nu} + f_\nu = b_{\nu\nu} + \frac{2b}{\frac{dc_a}{d\alpha} t_\nu}$

Mit $t_\nu = t_i \cdot \sin(\vartheta_\nu)$ (Ellipsenflügel)

Gleichungssystem kann nicht reduziert werden, da weder rein symmetrische noch rein antimetrische Zirkulationsverteilung

	1	2	3	4	5	6	7
γ_μ	0,028	0,049	0,059	0,056	0,045	0,029	0,022
Γ_μ	14,77	24,59	29,42	27,75	22,42	14,94	7,217



b) $c_a = \frac{\Lambda \pi}{M+1} \sum_{\mu=1}^{M} \gamma_\mu \sin(\vartheta_\mu)$ $\qquad$ $c_{wi} = \frac{\Lambda \pi}{M+1} \sum_{\mu=1}^{M} \gamma_\mu \alpha_\mu \sin(\vartheta_\mu)$

$\Lambda = \frac{b^2}{F} = 6{,}37$ $\qquad$ (mit $F = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{t_i}{2}$)

$c_a = 0{,}56$

$c_{wi} = 0{,}0765$

(Falls in Klausur hier Unfug rauskommt, dazuschreiben, dass Ergebnis nicht möglich ist, sonst laut Tutor keine Folgefehler)

Prüfungsaufgabe 8 (H2011)

$\bar{z}(\bar{x}) = 0{,}25\, \bar{x}^2 (1-\bar{x})$

a) $\tan(\varepsilon) = \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = 0{,}5\,\bar{x} - \cancel{0{,}75}\ 0{,}75\,\bar{x}^2$

$\varepsilon(\bar{x}) = \arctan(0{,}5\bar{x} - 0{,}75\bar{x}^2)$

$\varepsilon(0) = 0°$

$\varepsilon(1) = -14{,}04°$

b) $A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx}\, d\varepsilon$

$\frac{w(\bar{x})}{v_\infty} = -A_0 + A_1(1 - 2\bar{x}) - A_2[1 + 8\bar{x}(x-1)]$

Für die kinematische Randbedingung

$\frac{w(\varepsilon)}{v_\infty} = -(A_0 + A_1\cos(\varepsilon) + A_2\cos(2\varepsilon)) \approx \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} - \underbrace{\cancel{\alpha^*}}_{=0}$

$= 0{,}5\bar{x} - 0{,}75\bar{x}^2 = -A_0 + A_1 - 2A_1\bar{x} - A_2 + 8A_2\bar{x} - 8A_2\bar{x}^2$

~~A0~~ Koeff.vergleich

$-A_0 + A_1 - A_2 = 0$ $\qquad$ $A_0 = 0{,}03125$

$-2A_1 + 8A_2 = 0{,}5$ $\qquad$ $A_1 = 0{,}125$

$-8A_2 = -0{,}75$ $\qquad$ $A_2 = 0{,}09375$

c) geg: $M=5$ $\quad b = 10\,m$ $\quad$ Trapezflügel $\quad t_i = 3\,m$ $\quad t_a = 1\,m$

$\vartheta_\mu = \frac{\mu\pi}{M+1} \longrightarrow \vartheta = \{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\}$ [rad]

$\eta_\mu = \cos(\vartheta_\mu) \longrightarrow \eta = \{0{,}866,\ 0{,}5,\ 0,\ -0{,}5,\ -0{,}866\}$

$\vartheta = \{30°, 60°, 90°, 120°, 150°\}$ [°]

Aero Übung 6

d)

	$\nu=1$	$\nu=2$	$\nu=3$	$\nu=4$	$\nu=5$
$\mu=1$	3	-0,622	0	-0,04466	0
$\mu=2$	-1,077	1,732	-0,5774	0	-0,07735
$\mu=3$	0	-0,667	1,5	0,667	0
$\mu=4$	0,077	0	-0,5774	1,732	-1,077
$\mu=5$	0	-0,04466	0	-0,622	3

$$b_{\nu\nu} = \frac{M+1}{4\sin(\vartheta_\nu)}$$

$$b_{\nu\mu} = \frac{\sin(\vartheta_\mu)}{(M+1)(\cos(\vartheta_\mu)-\cos(\vartheta_\nu))^2}$$

$b_{\nu\mu} = 0$ for $|\nu-\mu| = 2, 4, 6, \dots$

e) $[b]\cdot[\gamma] = [\alpha_g]$ Trapezgleichung: $t(\vartheta) = t_i + (t_a - t_i)\cos(\vartheta)$

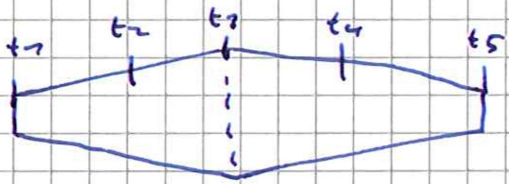
$\vartheta_1 = \frac{\pi}{6} \longrightarrow t_1 = 1,268$

$\vartheta_2 = \frac{\pi}{3} \longrightarrow t_2 = 2$

$\vartheta_3 = \frac{\pi}{2} \longrightarrow t_3 = 3$

$\vartheta_4 = \frac{2\pi}{3} \longrightarrow t_4 = t_2$

$\vartheta_5 = \frac{5\pi}{6} \longrightarrow t_5 = t_1$



$$[b] = \begin{bmatrix} 5,57 & -1,077 & 0 & -0,07735 & 0 \\ -0,622 & 3,324 & -0,6667 & 0 & -0,04466 \\ 0 & -0,5774 & 2,567 & -0,5774 & 0 \\ -0,04466 & 0 & -0,6667 & 3,324 & -0,622 \\ 0 & -0,07735 & 0 & -1,077 & 5,57 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03 \\ 0,17 \\ 0,18 \\ 0,17 \\ 0,03 \end{bmatrix}$$

f) $\vec{\gamma} = [0,0771,\ 0,05565,\ 0,09538]^T$

Symmetrische Betrachtung: es muss nur das grün markierte System gelößt werden

g) $c_a = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\sum_{\mu=1}^{M}\gamma_\mu \sin(\vartheta_\mu) = 0,9509$

AVO / Entwurf Klausur F25 ①/

Aufgabe 1

1) $A_1 = 4\frac{f}{t} = 0{,}066$ $\qquad A_0 = 0{,}088$

$c_{m v_4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) \to A_2 = -0{,}06596$

$c_a = \pi(2A_0 + A_1) = 0{,}7603$

$\frac{x_A}{t} = -\frac{c_{m v_4}}{c_a} = \frac{1}{4}$

$\alpha_{A=0} = -\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{3} = -0{,}637^\circ$

2) Prandtl-Glauert:

$c_a = \beta^{-1} \cdot c_{a,ik} \longrightarrow \beta = 0{,}7332$

$\beta = \sqrt{1 - Ma^2} \longrightarrow Ma_\infty = 0{,}68$

$v_\infty = Ma_\infty \sqrt{\kappa R T} = 208{,}2 \frac{m}{s}$

Aufgabe 2

3) Antimetr. Zirkulationsverteilung! $\qquad b = 2R$

$y_\mu = \frac{b}{2}\cos(\vartheta_\mu)$ mit $\vartheta_\mu = \frac{\mu\pi}{M+1} = \left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{8}\right]$

$\alpha_{gr} = [0{,}03022, 0{,}03948, 0{,}07708, 0, -0{,}07708, -0{,}03948, -0{,}03022]$

$b_V = b_{VV} + \frac{2b}{\frac{dc_a}{d\alpha} t_V}$

$t_V = t_i + (t_a - t_i)\cos(\vartheta_\mu)$

$b_V = [13{,}47, 9{,}654, 7{,}593, 6{,}372, 5{,}825, 6{,}045, 8{,}202]$

4)
$\underline{b}_{\mu\nu} \cdot \underline{\gamma} = \underline{\alpha_g}$

$\gamma_\mu = [2{,}963, 5{,}368, 9{,}802, 0, -9{,}802, -5{,}368, -2{,}963] \cdot 10^{-3}$

5) $\gamma(\vartheta_1) = 2\, a_1 \sin(\vartheta_1)$

$\gamma(\vartheta_2) = 2\,(a_1 \sin(\vartheta_2) + a_2 \sin(2\vartheta_2))$ $\qquad$ ↯ kontinuierliche, nicht diskrete Form verwendet!

$a_1 = 3{,}877 \cdot 10^{-3}$ $\qquad a_2 = -5{,}346 \cdot 10^{-5} = 0{,}003636$

~~Anz~~ $\gamma(\vartheta) = \sum_i a_n \sin(\vartheta n) = \frac{\Gamma(\vartheta)}{b \cdot v_\infty}$

mit $\Gamma(\vartheta) = \sum_i A_n \sin(\vartheta n)$

$A_n = 2 b v_\infty a_n$

$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho v_\infty A_2 \longrightarrow v_\infty = 5{,}347 \frac{m}{s}$

Aero / Entwurf Klausur H23

Aufgabe 1

1) $\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = 0$ für $0 \leq \bar{x} \leq 0{,}75$

$\frac{d\bar{z}}{d\varphi} = 0$ für $\pi \geq \varphi \geq \pi/3$

$\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = -0{,}64\bar{x} + 0{,}48$ für $0{,}75 \leq \bar{x} \leq 1$

$\frac{d\bar{z}}{d\varphi} = $ ~~…~~

$= -0{,}32\cos(\varphi) + 0{,}16$ für $\pi/3 \geq \varphi \geq 0$

2) $A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\, d\varphi$

$= -\frac{1}{\pi}\left(\int_{\pi}^{\pi/3} 0\, d\varphi + \int_{\pi/3}^{0} -0{,}32\cos(\varphi) + 0{,}16\, d\varphi\right) = 0{,}03488$

$A_1 = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/3}(-0{,}32\cos(\varphi) + 0{,}16)\cos(\varphi)\, d\varphi = 0{,}06256$

3) $Ma = \frac{U_\infty}{\sqrt{\kappa R T}} = 0{,}4328 > 0{,}3 \rightarrow$ kompressibel rechnen

$c_a = \beta^{-1} c_{a,ik} = 0{,}4617$ mit $\beta = 0{,}9015$

Aufgabe 2

$F = 34{,}5\,m^2$ $b = 23\,m$ $m = 1000\,kg$ $\rho = 1{,}225\,\frac{kg}{m^3}$ $g = 10\,\frac{m}{s^2}$

4) $\Gamma(\vartheta) = A_1\sin(\vartheta) + A_2\sin(2\vartheta) + A_3\sin(3\vartheta)$

$c_a = \frac{\pi \Lambda A_1}{2b\,U_\infty} = 0{,}4684$

$m \cdot g = A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 \rightarrow U_\infty = 55{,}02\,\frac{m}{s}$, $\underline{\underline{A_1 = 24{,}64}}$

$c_{wi} = \frac{c_a^2}{\pi\Lambda} k = 0{,}005157$

$W_i = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 F c_{wi} = \frac{\pi}{8}\rho \sum n A_n^2 \rightarrow \underline{\underline{A_3 = 5{,}119}}$

$M_x = 0 = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2 \rightarrow \underline{\underline{A_2 = 0}}$

5) $U_\infty = 50\,\frac{m}{s}$

~~Flügelspannweite erhöhen~~, Winglets anbringen, Zirkulations-Verteilung einer elliptischen durch aerodynamische oder geometrische Schränkung annähern.

$A_1 = 26{,}9$ $A_2 = 0$ $A_3 = 1{,}536$ $t(y) = 1{,}5\,m$

$c_a(y=0) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty t(y)} = c_a(\vartheta = \frac{\pi}{2}) = \underline{\underline{0{,}623}}$

$c_a(y = \frac{3}{4}\frac{b}{2}) = c_a(\vartheta = 0{,}7227) = \underline{\underline{0{,}5524}}$

Aero / Entwurf Klausur F23

Autgabe 1

a) $\bar{z}(\bar{x}) = \overbrace{(\cancel{A_0} - \cancel{\alpha^*})}^{=0}(1-\cancel{\bar{x}}) + A_1\bar{x}(1-\bar{x}) \overset{!}{=} \bar{z}_a(\bar{x}) = 0{,}1\bar{x} - 0{,}1\bar{x}^2$

$A_0 = \alpha^* = 0{,}06109$

$A_1\bar{x}(1-\bar{x}) \overset{!}{=} 0{,}1\bar{x} - 0{,}1\bar{x}^2 = A_1\bar{x} - A_1\bar{x}^2$

$A_1 = 0{,}1$

$\frac{f}{t} = \frac{A_1}{4} = 0{,}025$

b) $\Delta C_p = C_{pu} - C_{po} = 2\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = \left(2\left(A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}\right) + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}\right)\cdot 2$

$\Delta C_p(0{,}3) = 0{,}7399$

$\Delta C_p(0{,}5) = 0{,}6444$

$\Delta P(0{,}3) = \Delta C_p(0{,}3)\cdot\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot U_\infty^2 =$ ~~[illegible] Pa~~ $2900\,Pa$

$\Delta P(0{,}5) =$ " " " " $=$ ~~[illegible] Pa~~ $2526\,Pa$

c) ~~[illegible]~~ $U_{\infty,2} = 160\,\frac{m}{s}$ $\alpha^* = 3{,}5°$

$M_{a\infty,2} = \frac{U_{\infty,2}}{\sqrt{\kappa R T}} = 0{,}4701 > 0{,}3 \to$ kompress. Betrachtung

$C_{a,ik} = \beta\cdot C_a$ mit $\beta = \sqrt{1 - M_{a\infty,2}^2} = 0{,}8826$

$C_a = \frac{1}{\beta}(\pi(2A_0 + A_1)) = 0{,}7908$

$A^* = \frac{\rho_\infty}{2}U_\infty^2 C_a\cdot t = 6300\,N/m$

Leicht anderes Ergebnis wie in Lösung ... Rundungsfehler ...?

d) $A^* = 1800\,N/m$

$A^* = \frac{\rho_\infty}{2}U_\infty^2\, t\,\underbrace{\left(\pi(2A_0 + A_1)\frac{1}{\beta}\right)}_{C_a} \overset{!}{=} 1800\,N/m$

~~[illegible]~~ $\to$ ~~[illegible]~~

$A_0 = -0{,}01775 \to \alpha^* = -1{,}017°$

bei $60\,\frac{m}{s}$

$A^* = \frac{\rho_\infty}{2}U_\infty^2\, t\,(\pi(2A_0 + A_1)) \overset{!}{=} 1800\,N/m$

$A_0 = 0{,}09616 \to \alpha^* = 5{,}51°$

e) $Ma_\infty = 2 \quad \alpha = 3{,}5^\circ$

$$c_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\, d\bar{x}$$

Mit $\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = 0{,}1 - 0{,}05\bar{x} - 0{,}3333 - 1{,}111\bar{x}$ für $\bar{x} \leq 0{,}3$

und $\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = 0{,}1 - 0{,}05\bar{x} - 0{,}06122 - 0{,}2041x$ für $\bar{x} > 0{,}3$

$$c_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^{0{,}3} \alpha^* - \frac{dz}{dx}\, dx + \int_{0{,}3}^1 \alpha^* - \frac{dz}{dx}\, d\bar{x} \right)$$

$c_a = 0{,}6277$ $\quad$ ↯ α^* und α verwechselt!

$$c_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \alpha\, d\bar{x} = 0{,}1411$$

$$c_w = \underbrace{\frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_s}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} \right)}_{c_{w,s}} + c_{w,a}$$

$c_w = 0{,}03666 + 0{,}017 = 0{,}05366$

f) $c_{w_a} = \left(\alpha^2 + \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_a(x)}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} \right) = 0{,}0862$

$c_w = 0{,}04527$

Aero / Entwurf Klausur F20 E1

Aufgabe 1

a)

$A_0 = 0{,}05 \qquad A_1 = 0{,}1$

$\Delta C_p = C_{p_u} - C_{p_o} = 2\,\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty}$

$\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$

bei $\bar{x}_1 = 0{,}2$: $\Delta C_p = \underline{\underline{0{,}72}}$

b)

Kontur : $\bar{z}(\bar{x}) = (A_0 - \overset{=0}{\cancel{\alpha^*}})(1-\bar{x}) + A_1\bar{x}(1-\bar{x})$

$W(\bar{x}) = (\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} - \overset{=0}{\cancel{\alpha^*}})\cdot U_\infty = (-A_0 + A_1 - 2A_1\bar{x})U_\infty$

$W(\bar{x}=0{,}2) = 1{,}5\,\frac{m}{s}$

$U(\bar{x}) = \frac{\gamma(\bar{x})}{2} = \frac{(2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})})\cdot U_\infty}{2} =$

$U(\bar{x}=0{,}2) = 27\,\frac{m}{s}$

$Ma = \frac{\cancel{U_{\infty}}}{\sqrt{\kappa R T}} = 0{,}432 > 0{,}3$ ~~zu Prand~~

Prandtl-Glauert Regel anwenden

~~[illegible]~~ mit $\beta = \sqrt{1 - Ma_\infty^2} = 0{,}9019$

$\Delta C_p = \frac{1}{\beta}\,\Delta C_{p,in}$

$\Delta C_p = \underline{\underline{0{,}7983}}$

c)

$x_{d}/t = -\frac{c_M}{c_a}$

$c_M = -\frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\left(\int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\cdot\bar{x}\,d\bar{x} + \frac{\alpha^*}{2}\right)$

$c_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\,d\bar{x}$

$\frac{x_d}{t} = -\frac{\int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\bar{x}\,d\bar{x} - \frac{\alpha^*}{2}}{\int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}}\,d\bar{x}} = \cancel{\frac{0{,}4583\,\alpha^*}{\ldots+0{,}05}} = 0{,}3$

Etwas anderes Ergebnis als in Musterlösung: $\alpha^* = -0{,}1333$

$\alpha = \alpha^* + \alpha_2 + \alpha_0$

↳ Vielleicht in Lösung falsch, hab eine ganze Weile gesucht...

$\alpha = \alpha^* + A_0 = \underline{\underline{-4{,}775^\circ}}$

d)

$b = 25\,m$ $\quad m = 350\,kg$ $\quad \rho_\infty = 1{,}225\,\frac{kg}{m^3}$ $\quad v_\infty = 20\,\frac{m}{s}$

~~Insgesamt~~

~~$c_a = \frac{2\,G}{\rho v_\infty^2 F}$~~

Induzierter Wiederstand minimal bei Elliptischer Zirkulationsverteilung

$$W_i = \frac{\pi}{8}\rho \sum_{n=1}^{n} n \cdot A_n^2 = \frac{\pi}{8}\rho A_1^2 = \frac{\pi}{8}\rho\,\Gamma_{max}^2$$

$$A = G = \frac{\pi}{4} b \rho v_\infty \Gamma_{max} \rightarrow \Gamma_{max} = 7{,}737\,\frac{m^2}{s}$$

$$W_i = 24{,}5\,N$$

Aero / Entwurf Klausur H19

Aufgabe 1

a)

$$\frac{w}{U_\infty} = -0{,}012 + 0{,}304\,\bar{x} - 0{,}704\,\bar{x}$$

$$\frac{w}{U_\infty} = -A_0 + A_1(1-2\bar{x}) - A_2(1+8\bar{x}(\bar{x}-1))$$

$$= (-A_0 + A_1 - A_2) + (+A_2 \cdot 8 - A_1 \cdot 2)\bar{x} - 8A_2\bar{x}^2$$

$A_0 = 0{,}124$ $\quad A_1 = 0{,}2$ $\quad A_2 = 0{,}088$

b)

$c_a = \pi(2A_0 + A_1) = 1{,}407$

$c_{m\,t/4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) + \frac{c_a}{4} = -0{,}2263$

$x_{A}/t = -\frac{c_{m\,t/4}}{c_a} = 0{,}4108$

c)

$Ma_\infty = 0{,}6$ $\longrightarrow$ keine Skelett-Theorie mehr

$A_0 = 0{,}0355$ $\quad A_1 = 0{,}0572$ $\quad A_2 = 0{,}0252$

Anwenden von Prandtl-Glauert-Regel

$c_a = \frac{1}{\beta}(c_a)_{ink}$ $\qquad$ mit $\beta = \sqrt{1-Ma_\infty^2} = 0{,}8$

$c_a = 1{,}25\,\pi(2A_0 + A_1)$

$c_a = 0{,}5034$

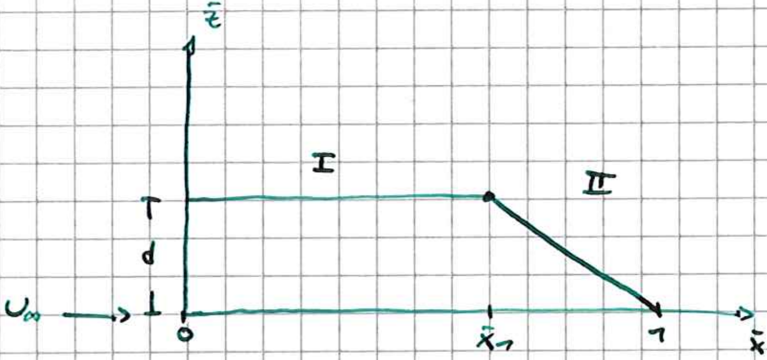
$c_{m\,t/4} = 1{,}25\left(-\frac{\pi}{4}\right)(2A_0 + 2A_1 + A_2) = -0{,}2068$

$\frac{x_A}{t} = -\frac{c_{m\,t/4}}{c_a} = 0{,}4107$ $\qquad$ Der Druckpunkt bleibt an (ziemlich) gleicher Stelle!

d)

$\left(\frac{dz}{dx}\right)_{II} = -0{,}1$

Tatsächliche Skelettlinie :



$A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}\,d\varphi$

$A_0 = 0$ für I

$A_0 = -\frac{1}{\pi}\int_0^\pi (-0{,}1)\,d\varphi$ $\qquad$ für II

Lösen mit kotrafo : $\frac{d\bar{z}}{dx}$ $\varphi = \arccos(2\bar{x}-1)$ $\bar{x} = \frac{\cos(\varphi)+1}{2}$

I : $0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_1 \longrightarrow \pi \leq \varphi \leq \arccos(2\bar{x}_1 - 1)$

II $\bar{x}_1 < \bar{x} \leq 1 \longrightarrow \arccos(2\bar{x}_1-1) < \varphi \leq 0$

$$A_0 = 0° - \frac{1}{\pi}\left[\int_{\pi}^{\cos^{-1}(2\bar{x}_1-1)} 0 \, d\varphi + \int_{\cos^{-1}(2\bar{x}_1-1)}^{0} -0{,}4 \, d\varphi\right]$$

$$A_0 = -0{,}03183 \arccos(2\bar{x}_1 - 1)$$

$\cos\left(\frac{-A_0}{0{,}03183}\right) = 2\bar{x}_1 - 1$ $\bar{x}_1 = 0{,}72$ mit $A_0 = 0{,}0355$

e)

$d_{max} = 0{,}04$ bei $\bar{x}_d = 0{,}4$ $Ma_\infty = 3$ $\alpha = 2°$

$$C_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} \, d\bar{x}$$

$$\frac{d\bar{z}_0}{d\bar{x}} = \begin{cases} \left(\frac{\bar{x}_d}{d_{max}}\right)^{-1} & \text{für } 0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_d \\ -\left(\frac{1-\bar{x}_d}{d_{max}}\right)^{-1} & \text{für } \bar{x}_d < \bar{x} \leq 1 \end{cases}$$

$$C_a = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\left[\int_0^{\bar{x}_d} \frac{\pi}{90} - \frac{\bar{x}_d}{d_{max}} d\bar{x} + \int_{\bar{x}_d}^{1} \frac{1-\bar{x}_d}{d_{max}} d\bar{x}\right]$$ ↯ unnötig, weil

Profilunterseite gerade → Effektiv eine Ebene Platte bei $\alpha^* = 2°$

$$C_a = \frac{4\alpha}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} = 0{,}04937$$

f)

$$C_w = C_{a,w} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\left(\alpha^2 + \frac{1}{2}\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_0}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right)$$

$$= 0{,}006437$$

$$\frac{C_a}{C_w} = 7{,}669$$

Aero / Entwurf Klausur F19

Aufgabe 1

~~a)~~

Ungepfeilt, elliptische Tiefenverteilung, inkompressibel $\rho_\infty = 1{,}225\ kg/m^3$ $g = 9{,}81\ m/s^2$

$u_\infty = 20\ m/s$ $b = 20m$ $t(y) = 3\sqrt{1-(\frac{2y}{b})^2}$ $m = 500kg$

Stationärer Geradeausflug

1)

$F = \int_0^{10} t(y)dy = \pi \frac{b}{2}\frac{t_i}{2}$ mit $t_i = t(0) = 3m$

$F = 47{,}12 m^2$

$\Lambda = \frac{b^2}{F} = 8{,}489$

$C_A = \frac{2 \cdot G}{\rho U_\infty^2 F} = 0{,}4249$

$c_a(y) = const. = C_A$ (weil elliptische Zirkulationsverteilung

2)

Nullauftriebswinkel bei $\alpha_{A=0} = 0{,}6°$

Auftriebsgradient $\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right) = \frac{(1+0{,}68)}{(9+5)} = 0{,}12\ 1/°$

$c_{a,ell} = \frac{(dc_a/d\alpha)\pi\Lambda}{\pi\Lambda + (dc_a/d\alpha)}\alpha_g \Rightarrow \alpha_g = 3{,}557°$

In Lösung 4,45°, obwohl identische Formel und Zwischenergebnisse...? Forum wird nicht beantwortet

$\alpha = \alpha_g - \alpha_{A=0} = 2{,}957°$

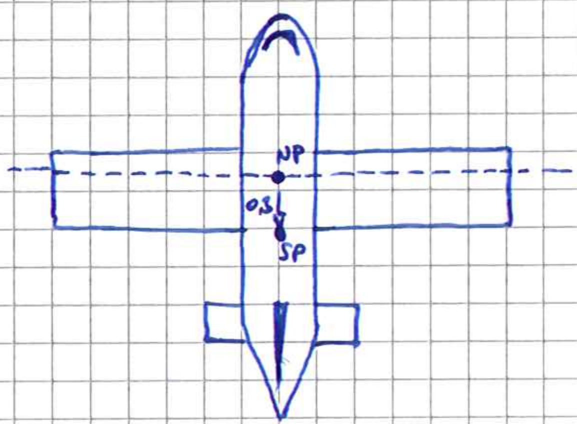
In Lösung $\alpha = \alpha_g + \alpha_{A0}$, geht aber aus Abb. 6.4 nicht hervor...?

$\alpha = \alpha_g + \alpha_{A=0} = 5{,}071°$

$\alpha_{2D} = 4{,}1°$

$\alpha_i = \frac{c_a}{\pi\Lambda} = 0{,}01593 = 0{,}9129°$

3)



$M(y) = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 t(y) F c_m$

$dM(y) = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 t(y) dF\, c_m$

$M = 2\cdot\frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 c_m \int_0^{b/2} t(y)\,dF$

$M = 2\cdot\frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 c_m \int_0^{b/2} t(y)^2\,dy = 14700 \cdot c_m \cdot 2 = 1470\ Nm$

$M + \Delta x_A G = 0 \longrightarrow \Delta x_A = -0{,}2997\ m$

Lösung sagt Schwerpunkt vor Neutralpunkt, aber nicht eig. andersrum?

4)

$f/t = 0{,}05$

$A_1 = 4\, f/t = 0{,}2$

$C_a = \pi\,(2A_0 + A_1)$; $C_a = 0{,}4249$

$A_0 = -0{,}03238$

$C_{M,t/4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) + \frac{C_a}{4}$; $C_M = 0{,}05$

$A_2 = \cancel{[illegible]}$ Wieder anderer Wert wie in Musterlösung
$= -0{,}2637$ Sehr komische [illegible]

Aero / Entwurf Klausur H18 $\boxed{1}$

Aufgabe 1

a)

$m = 520\,kg \qquad b = 27\,m \qquad \rho = 1{,}225\,\frac{kg}{m^3} \qquad g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \qquad U_\infty = 16\,\frac{m}{s}$

$A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 \overset{!}{=} m \cdot g$

$A_1 = 12{,}27\,\frac{m^2}{s}$

b)

$C_{w,i} = k \cdot C_{wi,ell}$ minimal bei elliptischer Zirkulationsverteilung

$W_i = \frac{\pi}{8} \rho A_1^2 = 5{,}903\,N$

c)

$M_x = 1100\,Nm \qquad M_z = -190\,Nm$

$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2$

$A_2 = 1{,}105$

$M_z = -\frac{\pi}{32} b \rho \left[(1+2) A_1 A_2 + (2+3) A_2 A_3 \right]$

$A_3 = 3{,}229$

d)

$W_i = \frac{\pi}{8} \rho \sum_{n=1}^{3} n A_n^2 = 88{,}65\,N$

$\cancel{W_i \, \frac{\rho}{2} U_\infty^2}$

$k = 1 + \frac{1}{A_1^2} \sum_{n=2}^{3} n \cdot A_n^2 = 1{,}224$

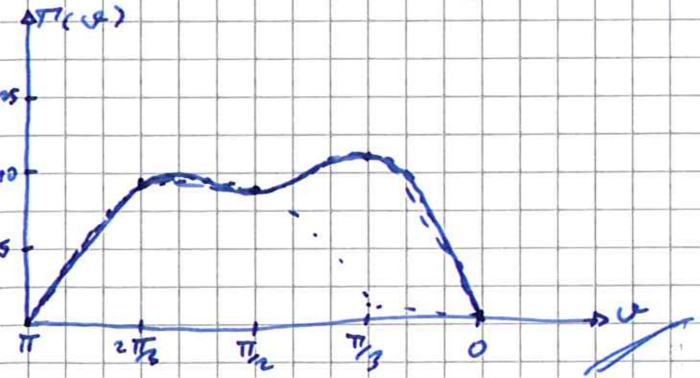
e)

$\Gamma(\varphi) = \sum_{n=1}^{3} A_n \sin(n\varphi)$

$\Gamma(\varphi) = 12{,}27 \sin(\varphi) + 1{,}105 \sin(2\varphi) + 3{,}229 \sin(3\varphi)$

bei $\eta = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\}$

bei $\varphi = \{\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, 0\}$



f)

$f/t = 0{,}02 \qquad \alpha^* = 3^\circ$

$A_0 = \alpha^* = \pi/60$

$A_1 = 4\, f/t = 0{,}08$

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

$\bar z(x) = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar x) + A_1 \bar x (1-\bar x)$

$\bar z(x) = 0{,}08\, \bar x (1-\bar x)$

g)

$d(\bar x) = 0{,}2\bar x^3 - 0{,}4\bar x^2 + 0{,}2\bar x \quad$ für $\bar x \in [0,1]$ mit $\bar x = \frac{x}{t}$

$c_a = \frac{4}{\sqrt{M_{a\infty}^2 - 1}} \int_0^1 \alpha^* - \frac{d\bar z}{d\bar x}\, dx = 0{,}1873$

In Musterlösung Formel für Ebene Platte? kommt aber aufs gleiche

$c_m = \frac{4}{\sqrt{M_{a\infty}^2 - 1}} \left(\frac{\alpha^*}{2} - \int_0^1 \frac{d\bar z}{d\bar x}\, \bar x\, dx\right) = -0{,}202$

mit $\bar z(\bar x) \hat{=} \bar z(x) + (d(\bar x)\cdot \frac{1}{2})$

$c_m = -0{,}1772$ Anderes Ergebnis: In Musterlösung wird Dickenverteilung ignoriert

h)

$\bar z_o(x) = \bar z(\bar x) + (d(x)\cdot \frac{1}{2})$

$\bar z_u(\bar x) = \bar z(\bar x) - (d(x)\cdot \frac{1}{2})$

$c_{wW} = 0{,}07097$ Auch anders wie in Lösung, gleicher Grund

Aero / Entwurf Klausur F18

Aufgabe 1

a) Skelettlinie 1 und Skelettlinie 3:

$A_0 = \alpha^* + \alpha_0 = 3° + \arctan\left(\frac{0{,}056}{1}\right) = 0{,}1083$

$A_1 = 4 \frac{f}{t} = 0{,}096$

$\frac{\omega}{v_\infty}(\bar{x}=0{,}5) = -A_0 + A_1(1-2\bar{x}) - A_2(1+8\bar{x}(\bar{x}-1)) \overset{!}{=} -0{,}2$

$A_2 = -0{,}0917$

Skelettlinie 2:

$A_0 = \alpha^* + \alpha_0 = 0{,}05236$

$A_1 = 4 \cdot \frac{f}{t} = 0{,}1480$

$A_2 = -0{,}1676$

b) $c_{a1} = \pi(2A_0 + A_1)$ $c_{m v_4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2)$

$c_{a1} = 0{,}9821$ $c_{a2} = 0{,}7939$ $c_{a3} = 0{,}9821$

$c_{m1} = -0{,}2489$ $c_{m2} = -0{,}1837$ $c_{m3} = -0{,}2489$

c) $\alpha_{A=0} = -\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{3}$

Skelettlinie 1 und Skelettlinie 3

$\alpha_{A=0} = -0{,}01743 = -0{,}9984°$

Skelettlinie 2

$\alpha_{A=0} = -0{,}01813 = -1{,}039°$

d) Ab hier 3D-Betrachtung!

$\alpha_{i,1} = \alpha_{i,3} = 0{,}06$ $\alpha_{i,2} = 0{,}03$

$\alpha_g(\varphi) = \frac{1}{2\sin(\varphi)} \sum_{n=1}^{M} \frac{A_n}{b V_\infty} \sin(n\varphi)\left[\frac{4b\sin(\varphi)}{\left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} \cdot t(\varphi)} + n\right]$

$\alpha_g = \alpha_e + \alpha_i = \alpha + \alpha_{A=0} + \alpha_i$

$\alpha_e = \frac{c_a}{\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D}} = \frac{c_a}{2\pi}$

Skelettlinie 1 und Skelettlinie 3

$\alpha_g = 0{,}2163$

Skelettlinie 2

$\alpha_g = 0{,}1564$

e) Multhopp mit $M = 3$

$b = 8m \qquad t(y) = 2{,}5 \cos\left(\frac{y\pi}{b}\right)$ mit $\boxed{y = \frac{b}{2} \cdot \eta}$

$\vartheta = \frac{\mu\pi}{M+1} \qquad \eta_\mu = \cos(\vartheta_\mu)$

$\vartheta = \{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\} \longrightarrow \eta = \{0{,}7071, 0, -0{,}7071\}$

Gleiche Positionen wie in Teilaufgabe a) gegeben

f) $b_{\nu\nu} = \frac{M+1}{4\sin(\vartheta_\nu)} \qquad b_{\nu\mu} = \frac{\sin(\vartheta_\mu)}{(M+1)(\cos(\vartheta_\mu) - \cos(\vartheta_\nu))^2} \qquad b_{\nu\mu} = 0$ für $|\nu - \mu| = 2, 4, 6, \ldots$

$b_\nu = b_{\nu\nu} + \frac{2b}{(\frac{dc_a}{d\alpha})_{2D} t_\nu}$

$$[b] = \begin{pmatrix} 3{,}708 & -0{,}5 & 0 \\ -0{,}3536 & 2{,}079 & -0{,}3536 \\ 0 & -0{,}5 & 3{,}708 \end{pmatrix}$$

g) $[b] \cdot \vec{\gamma} = \vec{\alpha}_g$ mit $\vec{\alpha}_g = [0{,}2763, 0{,}7564\ 0{,}2763]$

$$\vec{\gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}07279 \\ 0{,}7027 \\ 0{,}07279 \end{bmatrix}$$

h) $F = \int_{-4}^{4} t(y)\, dy = 12{,}73\, m^2$

$\Lambda = \frac{b^2}{S} = 5{,}027$

$c_a = \frac{\Lambda\pi}{M+1} \sum_{\mu=1}^{M} \gamma_\mu \sin(\vartheta_\mu)$

$c_a = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\left(0{,}07279 \sin(\frac{\pi}{4}) + 0{,}7027 \sin(\frac{\pi}{2}) + 0{,}07279 \sin(\frac{3\pi}{4})\right)$

$c_a = 0{,}8086$

Aero / Entwurf Klausur H12 14:05

$\overline{1}$

Aufgabe 1

$\alpha^* = 3°$

a)

$\bar{x} = 0{,}20$; $\bar{z} = \frac{0{,}088 - 0{,}027}{2} = 0{,}0305$

$\bar{x} = 0{,}50$; $\bar{z} = \frac{0{,}092 - 0{,}014}{2} = 0{,}039$

$\bar{x} = 0{,}97$; $\bar{z} = \frac{0{,}026 - 0{,}002}{2} = 0{,}012$

b)

$\bar{z}(\bar{x}) = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1 \bar{x}(1-\bar{x}) - A_2 \bar{x}(1 - 4\bar{x} + \frac{8}{3}\bar{x}^2)$

$\bar{z}(0{,}2) = 0{,}0305$

$\bar{z}(0{,}5) = 0{,}039$

$\bar{z}(0{,}97) = 0{,}012 \longrightarrow A_2 = 0$ (Annahme)

$A_1 = 0{,}1329$

$A_0 = 0{,}0639$

$C_a = \pi(2A_0 + A_1) = 0{,}879$

c)

$b = 2m$ ~~...~~ $l_i = 0{,}5m$ $l_a = 0{,}3m$ $U_\infty = 10 \frac{m}{s}$ $\rho = 1{,}21 \frac{kg}{m^3}$

$A = 553{,}2N$ $W = 8{,}3N$ $M_x = M_z = 0$

$\Gamma(\varphi) = A_1 \sin(\varphi) + A_2 \cdot \sin(2\varphi) + A_3 \sin(3\varphi)$

$A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 \longrightarrow A_1 = 4{,}158$

$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2 \longrightarrow A_2 = 0$

$W = \frac{\pi}{8} \rho (1 \cdot A_1^2 + 2 \cdot A_2^2 + 3 \cdot A_3^2) \longrightarrow A_3 = 0{,}244$

$\Gamma(\varphi) = 4{,}158 \sin(\varphi) + 0{,}244 \sin(3\varphi)$

$k = 1 + \frac{1}{A_1^2}(1 \cdot A_1^2 + 3 \cdot A_3^2) = 1{,}01$

d)

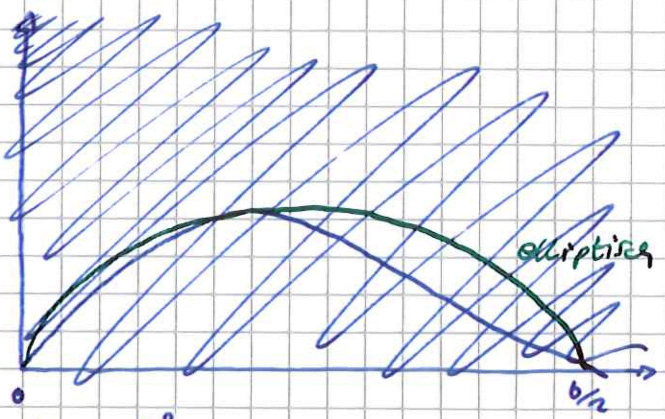
$$c_a(\vartheta) = \frac{2\Gamma(\vartheta)}{U_\infty\, t(\vartheta)} \qquad \text{mit} \quad t(\vartheta) = t_i + (t_a - t_i)\cos(\vartheta)$$

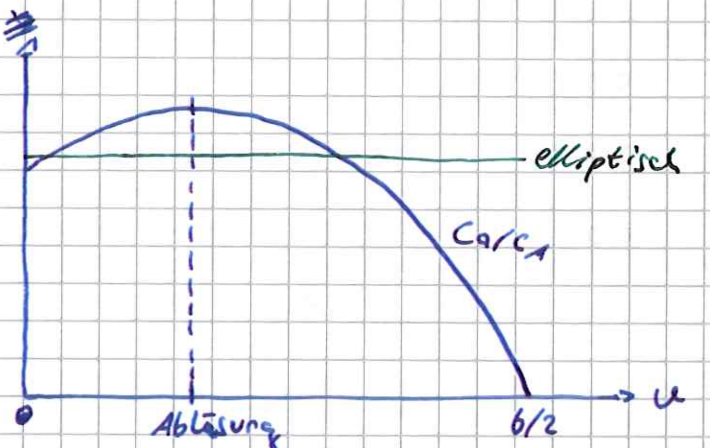
$$c_a(\vartheta) = \frac{2(4{,}758 \cdot \sin(\vartheta) + 0{,}244\sin(3\vartheta))}{70\,(\cancel{\;}+0{,}5+(0{,}3-0{,}5)\cos(\vartheta))}$$

ϑ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{4\pi}{8}$
c_a	0	0,7647	0,248	0,2529	0,2237

$$C_A = 2\cdot\int_0^{\pi/2} c_a(\vartheta)\,d\vartheta = \underline{\underline{0{,}625}} \qquad C_A = \frac{\pi \Lambda \Gamma_0}{2b\,U_\infty} =$$

e)





x	ϑ
0	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{8}$	7,767
$\frac{2\pi}{8}$	0,6675
$\frac{3\pi}{8}$	/
$\frac{4\pi}{8}$	0

Aero / Entwurf Klausur F 11 $\boxed{1}$

Aufgabe 1

a)

$A_0 = 0,11 \qquad A_1 = 0,12$

$\bar z(\bar x) = (0,11 - \cancel{\alpha}^{=0})(1-\bar x) + \overset{0,12}{\cancel{A_1}}\,\bar x(1-\bar x)$

$\bar z(\bar x) = 0,11 - 0,11\bar x + 0,12\,\bar x(1-\bar x)$

b)

Profil Druckpunktfest für $c_{M_{A=0}} = 0$

$c_{M_{A=0}} = -\frac{\pi}{4}(A_1 + A_2) = 0 \longrightarrow A_2 = -0,12$

$\bar z(\bar x) = 0,11(1-\bar x) + 0,12\,\bar x(1-\bar x) + 0,12\,\bar x(1 - 4\bar x + \frac{8}{3}\bar x^2)$

$\bar z(\bar x) = 0,11 + 0,13\bar x - 0,6\bar x^2 + 0,32\bar x^3$

c)

$\alpha_{A=0} = -\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{3} = -0,02 = -1,146^\circ$

$\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$ (Fester Beiwert in Skeletttheorie)

d)

$M_{ges} = 500\,kg$

$\Lambda = b^2/F = 16$

Elliptische Zirkulationsverteilung

$A_{ell} = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty \Gamma_1 = m \cdot g$

$\Gamma_1 = 5,895\ m^2/s$

$W_{i,ell} = \frac{\pi}{8} \rho \Gamma_1^2 = 12,28\,N$

$\varepsilon = c_{wi}/c_{a}$

$A = m \cdot g \cdot \frac{\rho}{2} U_\infty^2 S c_A$

$W_i = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 S c_{wi}$

$\varepsilon = 0,002456$

e)

$$\alpha_{g,ell} = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty \left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} t(y)} + \frac{\Gamma_1}{2bU_\infty} \qquad t = 1{,}25\,m \quad \text{(aus F und 6)}$$

$$\alpha_g(\vartheta) = 0{,}02502 \sin(\vartheta) + 0{,}002456 \quad [rad]$$

f)

$M = 350\,kg \quad \Gamma_1 = 6\,\frac{m^2}{s} \quad W_{i1} = 12\,N \quad \varepsilon_1 = 0{,}002 \quad \Lambda = 15$

$$A = G = M \cdot g = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty \Gamma_1 = 8500\,N$$

$$U_\infty = 100{,}2\,\frac{m}{s}$$

$$W_i = 11{,}22\,N \quad \text{(Nicht von Fluggeschw. abhängig)}$$

$$\varepsilon = \frac{c_{wi}}{c_A}$$

$$A = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 S c_A$$

$$W_i = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 S c_{wi}$$

$$\varepsilon = 0{,}001496$$

g)

$$Ma = \frac{U_\infty}{\sqrt{\kappa R T}} = 0{,}3174 > 0{,}3$$

Göthert Regel (3D) Anwenden

$$\Lambda_{ik} = \beta \cdot \Lambda \qquad \text{mit } \beta = \sqrt{1 - Ma_\infty^2} = 0{,}9483$$

$$\Lambda_{ik} = 14{,}22$$

$$b_{ik} = \beta \cdot b$$

$$b_{ik} = 18{,}97\,m$$

$$c_{Aik} = \cancel{\beta^2 c_A} \frac{\pi \Lambda \Gamma_1}{2b U_\infty}$$

$$c_{Aik} = 0{,}07057$$

$$c_A = \frac{1}{\beta^2} c_{Aik} = 0{,}07847$$

$$A = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 S c_A = \cancel{8865\,N} \qquad \text{mit } S = \frac{b^2}{\Lambda} = 25\,m^2$$

$$8856\,N$$

Aero / Entwurf Klausur F 16 (1)

Aufgabe 1

a)

$\bar{z}(\bar{x}=\frac{1}{4}) = 0{,}05 \qquad \bar{z}(\bar{x}=\frac{3}{4}) = 0{,}02$

$\bar{z}(\bar{x}) = (A_0 - \overset{=0}{\cancel{\alpha}})(1-\bar{x}) + A_1 \bar{x}(1-\bar{x})$

Löse des LGS liefert: $A_0 = 0{,}06$ $A_1 = +0{,}02667$

b)

$C_a = \pi(2A_0 + A_1) = 0{,}4608$

$f/t = \frac{1}{4}A_1 = 0{,}006668$

$C_{mv4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1) = -0{,}1361$

c)

Profil Druckpunktfest für $C_{M4=0} = 0$

$C_{M4=0} = -\frac{\pi}{4}(A_1 + A_2) \rightarrow A_2 = -0{,}02667$

$C_{Mv4} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) = -0{,}1152$

d)

$M_{ges} = 1150\,kg \qquad A_3 = 3\frac{m}{s} \qquad \rho = 1\frac{kg}{m^3} \qquad U_\infty = 55\frac{m}{s} \qquad b = 11\,m \qquad F = 16\,m^2$

$\Lambda = \frac{b^2}{S} = 7{,}563$

$A = M \cdot g = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 \longrightarrow A_1 = 23{,}74 \frac{m^2}{s}$

e)

$W_i = \frac{\pi}{8} \rho \, (A_1^2 + 2A_2^2 + 3A_3^2)$

Rollmoment um x-Achse im Horizontalen geradeausflug gleich Null

$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2 \rightarrow A_2 = 0$

$W_i = 237{,}9\,N$

$k = 1 + \frac{1}{A_1^2} \cdot (2A_2^2 + 3A_3^2) = 1{,}048$

f)

f)

$$\alpha_g(\vartheta) = \frac{1}{2\sin(\vartheta)} \sum_{n=1}^{M} \frac{A_n}{b\,U_\infty} \sin(n\vartheta) \left[\frac{4b\sin\vartheta}{\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D} t(\vartheta)} + n \right]$$

$\alpha_g(0°) = 0{,}04793°$

$\alpha_g(60°) = 0{,}1077°$

$\alpha_g(90°) = 0{,}09496°$

g)

k-Faktor nimmt bei größerer Streckung ~~zu~~ ab, induzierter Wiederstand wird ~~größer~~ kleiner (Zirkulationsverteilung wird ungünstiger)

Abreißverhalten wird abrupter (Anders als in der Lösung, bin überhaupt nicht sicher, aber glaube es könnte so wie hier stimmen)

Aero / Entwurf Klausur F 15

G1

Aufgabe 1

a)

$$\gamma(\varphi) = 2U_\infty \left[0{,}07 \tan\left(\tfrac{\varphi}{2}\right) + 0{,}02 \sin(\varphi) + A_2 \sin(2\varphi)\right]$$

$$= 2U_\infty \left[A_0 \tan\left(\tfrac{\varphi}{2}\right) + A_1 \sin(\varphi) + A_2 \sin(2\varphi)\right]$$

$A_0 = 0{,}07 \qquad A_1 = 0{,}02$

$c_a = \pi(2A_0 + A_1) = 0{,}5027$

$A_1 = 4\frac{f}{t} \longrightarrow f/t = 0{,}005 = 0{,}5\%$

b)

Profil Druckpunktfest für $c_{m_{A=0}} = 0 = \cancel{\ldots} - \frac{\pi}{4}(A_1 + A_2)$

$A_2 = -0{,}02$

Bei druckpunktfesten Profilen gilt: $\frac{x_N}{t} = \frac{1}{4}$

~~Schwerpunkt ... Druckpunkt~~ $\frac{x_A}{t} = \frac{x_N}{t} - \frac{c_{m_{A=0}}}{c_a} = \frac{1}{4}$

$\longrightarrow$ Schwerpunkt in Druckpunkt, also indifferentes Verhalten

c)

$c_{m_{VK}} = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2) = -0{,}1257$

$c_{m_{t/4}} = c_{m_{VK}} + \frac{c_a}{4} = 0$

d)

Ähnlichkeit über Göthert-Regel

$b_{in} = \beta \cdot b \qquad$ mit $\beta = \sqrt{1 - Ma_\infty^2}$

$Ma_\infty = 0{,}8$

e)

$U_\infty = 100 \frac{m}{s}$

$\Gamma(\vartheta) = 80 \frac{m^2}{s} \sin(\vartheta) + 50 \frac{m^2}{s} \sin(3\vartheta) = \underbrace{A_1}_{80} \cdot \sin(\vartheta) + \underbrace{A_2}_{0} \cdot \sin(2\vartheta) + \underbrace{A_3}_{50} \sin(3\vartheta)$

$\Lambda = \frac{2b}{l_{i,Mg}} = 7{,}2 \qquad b = 18m$

$c_A = \frac{\pi \Lambda \Gamma_1}{2b\, U_\infty} = \frac{\pi \Lambda A_1}{2b\, U_\infty} = 0{,}5027$

f)

$$\varepsilon = \frac{W}{A} = \frac{\pi/8\, \rho (1 \cdot A_1^2 + 2 \cdot A_2^2 + 3 \cdot A_3^2)}{\pi/4\, b \rho A_1 \cdot U_\infty} = \cancel{\ldots}\ 0{,}04826$$

Aufgabe 1

a)

Nachlauf-Zirkulationsfeld $\gamma(y) = \frac{\partial \Gamma(y)}{\partial y}$

$-\frac{b}{2} \leq y \leq -\frac{3b}{8}$: $\gamma(y) = +\frac{8\Gamma_1}{3b}$

$-\frac{3b}{8} < y \leq -\frac{b}{8}$: $\gamma(y) = \frac{4(\Gamma_2 - \Gamma_1)}{b}$

$-\frac{b}{8} < y \leq 0$: $\gamma(y) = 0$ Umgekehrte VZ im pos. y Bereich

b)

$dA = \rho U_\infty \Gamma(y) dy$

$A_{AB} = \int_A^B \rho U_\infty \Gamma(y) dy$; $\Gamma(y) = \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2)}{(+\frac{3b}{8}) - (\frac{b}{8})} \cdot y + \Gamma_2$

$A_{AB} = \int_0^{\frac{3b}{8} - \frac{b}{8}} \frac{\Gamma_1 - \Gamma_2}{\frac{3b}{8} - \frac{b}{8}} y + \Gamma_2 \, dy \cdot \rho U_\infty = b \cdot \rho \cdot U_\infty \left(\frac{\Gamma_1}{8} + \frac{\Gamma_2}{8}\right)$

c)

$C_A = \frac{2 \cdot G}{\rho U_\infty^2 F} = \frac{2}{\rho U_\infty^2 F} \cdot (b \cdot \rho U_\infty)\left(\frac{\Gamma_1}{8} + \frac{\Gamma_2}{8}\right)$

$C_A = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2) b}{8 U_\infty F \cdot 4}$; $F = \frac{b}{4} \cdot \frac{(t_A + t_B)}{2}$

$C_A = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2) \cdot 2}{U_\infty (t_A + t_B)}$

Göthert-Regel

$C_A = \frac{1}{\beta^2} C_{A,ik} = \frac{25(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{8(t_A + t_B) U_\infty}$

d)

$\bar{z}(x) = 3C\bar{x}^3 - 6C\bar{x}^2 + 3C\bar{x}$

Maximum von $\bar{z}(x)$: $\frac{d\bar{z}(\bar{x})}{d\bar{x}} = 0 \rightarrow \bar{x}_f = \frac{1}{3}$

$\frac{f}{t} = \frac{A_1}{4}$

Allgemeine Kontur:

$\bar{z}(\bar{x}) = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1\bar{x}(1-\bar{x}) - A_2\bar{x}(1-4\bar{x}+\frac{8}{3}\bar{x}^2)$

$= -2{,}667 A_2\bar{x}^3 - A_1\bar{x}^2 + 4A_2\bar{x}^2 + (\alpha^* - A_0 + A_1 - A_2)\bar{x} - \alpha^* + A_0$

Koeffizientenvergleich

$-2{,}667 A_2 = 3C$ I

$-A_1 + 4A_2 = -6C$ II

$\alpha^* - A_0 + A_1 - A_2 = 3C$ III

$-\alpha^* + A_0 = 0$

$\frac{A_1}{4} \leq \frac{1}{9} \rightarrow \alpha^* = 0{,}05547 \quad C = 0{,}2962$

ϟ Viel zu kompliziert gedacht!

Wölbung x_f wieder in Kontur einsetzen, kleinergleich $\frac{1}{9}$ setzen

---

$\bar{z}(\bar{x}_f) = 3C\bar{x}_f^3 - 6C\bar{x}_f^2 + 3C\bar{x}_f \leq \frac{1}{9}$

$C \leq \frac{1}{4}$

e)

~~Ansatz~~ $\frac{f}{t} = \frac{4}{9}$

Gleicher Ansatz wie oben mit Koeffizientenvergleich (nur I, II, III)

$A_0 = \alpha^* - \frac{3}{8}C \quad A_1 = \frac{3}{2}C \quad A_2 = -\frac{9}{8}C$

$C_a = \pi(2A_0 + A_1) = \frac{\pi}{4}(8\alpha^* + 3C)$

f)

$\alpha_{A=0,\,eben} = -\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{3} = -\frac{3}{32} = -5{,}377°$

"Wenn man nicht weiterkommt: $A=G$; stationärer Flugzustand"

A. Allgemeines $A_t^* = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 C_A t$

A.1: Kräfte $A = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 \cdot C_A \cdot F$ Referenz-Fläche

$$A = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot c_a$$

$$W = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot c_w$$

$$M = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2 \cdot S \cdot c_m \cdot t$$ Nick Moment

$E = \frac{C_W}{C_A}$

A.2: Beiwerte Symmetr. Profil ($c_{p,ik}$ $\alpha_{ik}=0$) $=0$

$$c_a = \left(\frac{\mathrm{d}c_a}{\mathrm{d}\alpha}\right)_{2D} \cdot \alpha_e \qquad c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2}$$

A.3: Flügelmaße

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} = \frac{2b}{l_i + l_a} \qquad \lambda = \frac{l_a}{l_i}$$

Trapezflügel:

$$S = b \cdot \frac{l_i + l_a}{2}$$

Elliptisch $F = \pi \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{t_i}{2}$

A.4: Kritische Machzahl/Druckbeiwert

Ma_∞^* ist Anströmmachzahl, bei der lokal erstmals $\mathrm{Ma}_{\text{lokal}} \geq 1$. Mit Bernoulli: $\mathrm{Ma}_{\text{lokal,max}}$ an der Stelle von $c_{p_{\text{lokal,min}}}$:

$$c_{p_{\min}} \stackrel{!}{=} c_p^* = \frac{2}{\kappa \mathrm{Ma}_\infty^2}\left[\left(\frac{2}{\kappa+1} + \frac{\kappa-1}{\kappa+1}\mathrm{Ma}_\infty^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1\right]$$

Näherung für dünne Profile (schwach angestellt):

$$c_{p_{\min}} = c_p^* \approx \frac{2}{\kappa+1} \frac{\mathrm{Ma}_\infty^2 - 1}{\mathrm{Ma}_\infty^*}$$

A.5: Winkel

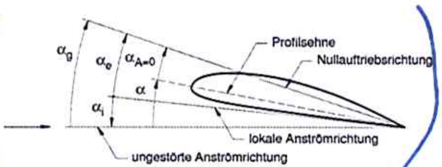
$$\alpha = \alpha^* + \alpha_0 + \alpha_2$$

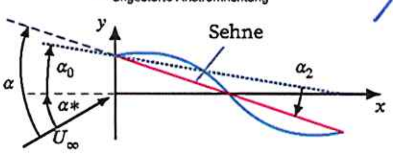
$$\alpha = \alpha_e + \alpha_i + \alpha_{A=0}$$

$$\alpha_e = \alpha_g - \alpha_i$$

$\alpha = \alpha_g + \alpha_{A=0}$ Eher das hier, Fehler in Skizze

- α = Anstellwinkel (zw. ungest. Anströmung und Profilsehne)
- α^* = Winkel zwischen ungest. Anströmung und x-Achse
- α_0 = Anstellung der Sehne gegenüber der x-Achse aus 1. NV
- α_2 = Notwendige Anstellung des S-Schlags um in 3. NV verschwindenden Anteil zu garantieren
- $\alpha_{A=0}$ = Nullauftriebswinkel (bei positiv gewölbtem Profil < 0)
- α_e = effektiver AW (liefert lokale Anströmrichtung des Tragflügels)
- α_g = geometrischer Anstellwinkel
- α_i = induzierter AW (durch Wirbel)





Lage Schwerpunkt (kleine Winkel)
$M + \Delta x_A G = 0$

A.6: Mach-Zahl

$$\mathrm{Ma}_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{\kappa R T_\infty}}$$

$$\kappa = 1.4 \qquad R = 287.1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$$

B. Skelett-Theorie (inkompressibel)

$\mathrm{Ma}_\infty < 0.3$, dünnes Profil, kleine Wölbung

B.1: Koeffizienten

$$A_0 = \alpha^* + \alpha_0$$

$$A_1 = 2(\alpha_2 - \alpha) = 4\tfrac{f}{t} \qquad \left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D} = 2\pi$$

$$A_2 = -3\alpha_2$$

$$A_0 = \alpha^* + \alpha_0 = \alpha^* - \tfrac{1}{\pi}\int_0^\pi \tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}\phi$$

$$A_n = -\tfrac{2}{\pi}\int_0^\pi \tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\cos(n\phi)\,\mathrm{d}\phi \quad \left[\tfrac{N}{m^2}\right]$$

B.2: Kräfte

$$A = G = \tfrac{\pi}{4} b \rho U_\infty \cdot A_1$$

$$W_i = \tfrac{\pi}{8}\rho \textstyle\sum_{n=1}^M n \cdot A_n^2$$

B.3: Beiwerte $\Delta P = \Delta C_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_\infty^2$

$$c_a = \pi(2A_0 + A_1)$$

$$\Delta c_p = c_{p_u} - c_{p_o} = 2\tfrac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty}$$ Druck-Diff Oben/unten

$$c_{m_{VK}} = -\tfrac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2)$$

$$c_{m_{t/4}} = c_{m_{VK}} + \tfrac{c_a}{4}$$

$$\tfrac{\mathrm{d}c_a}{\mathrm{d}\alpha} = 2\pi \qquad \tfrac{\mathrm{d}c_m}{\mathrm{d}\alpha} = 0$$

$$\boxed{\{c_a, c_{m_{VK}}, c_{m_{t/4}}\} \leftarrow \texttt{sk.beiw}(A_{n(\text{List})})}$$

B.4: Nullauftrieb und -moment

$$\alpha_{A=0,\text{Skel}} = -\tfrac{A_1}{2} - \tfrac{A_2}{3} = \alpha_{A=0,\text{Prof}} + \alpha_0$$

$$c_{a_{\alpha=0}} = 4\pi\tfrac{f}{t}$$

Nullauftriebswinkel

$$c_a = 0 \Rightarrow A_0 = -\frac{A_1}{2}$$

Nullmoment (c_{m_0} bei $c_a = 0$) ohne S-Schlag (Parabelskelett)

$$c_{m_{A=0}} = -\pi\frac{f}{t}$$

allgemein Profil Druckpunktfest für: $C_{m_{A=0}} = 0$

$$c_{m_{A=0}} = -\frac{\pi}{4}(A_1 + A_2)$$

B.5: Auftrieb

$$c_{a_0} = 2\pi A_0 = 2\pi(\alpha_0 + \alpha^*)$$

$$c_{a_1} = \pi A_1 = 4\pi\tfrac{f}{t}$$

$$c_{a_2} = 0$$

$$\boxed{\{c_{a_0}, c_{a_1}, c_{a_2}\} \leftarrow \texttt{sk.ca}(A_{n(\text{List})})}$$

Schwerpunkt vor dem Neutralpunkt für statisch stabilen Zustand!

B.6: Moment bezüglich VK

$$c_{m_{0,\text{VK}}} = -\tfrac{\pi}{2}A_0 = -\tfrac{\pi}{2}(\alpha_0 + \alpha^*)$$

$$c_{m_{1,\text{VK}}} = -\tfrac{\pi}{2}A_1 = -2\pi\tfrac{f}{t}$$

$$c_{m_{2,\text{VK}}} = -\tfrac{\pi}{4}A_2 = \tfrac{3\pi}{4}\alpha_2$$

$$\boxed{\{c_{m_0}, c_{m_1}, c_{m_2}\} \leftarrow \texttt{sk.cm}(A_{n(\text{List})})}$$

B.7: Wölbung

Relative Position der maximalen Wölbung.

$$\frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}} = 0 \text{ (maximum von } \bar{z}(\bar{x})\text{)}$$

$$\frac{f}{t} = \frac{A_1}{4}$$

B.8: Druck und Neutralpunkt

Druckpunkt A

$$c_m = 0 \qquad \frac{x_A}{t} = -\frac{c_{m_{VK}}}{c_a} = \frac{x_N}{t} - \frac{c_{m_{A=0}}}{c_a}$$

Neutralpunkt N

$$\frac{\partial c_m}{\partial c_a} = 0 \qquad \frac{x_N}{t} = -\frac{\mathrm{d}c_{m_{VK}}}{\mathrm{d}c_a}$$

i	Druckp. x_{A_i}/t	Neutralp. x_{N_i}/t
0	1/4	1/4
1	1/2	1/4
2	$\pm\infty$	1/4

Bei druckpunktfesten Profilen: (symmetrisch → immer druckpunktfest)

$$c_{m_{A=0}} = 0 \Rightarrow A_2 = -A_1$$

$$\tfrac{x_A}{t} = \tfrac{x_N}{t} = \tfrac{1}{4}$$

B.9: Stabilität

$$\text{SP}\begin{pmatrix}\text{vor}\\\text{im}\\\text{hinter}\end{pmatrix}\text{NP} \Rightarrow \begin{pmatrix}\text{statisch stabil}\\\text{indifferent}\\\text{statisch instabil}\end{pmatrix}$$

B.10: 1. Hauptaufgabe – Entwurfproblem

Gegeben $\gamma(x)$, $u(x)$ oder $\Delta c_p(x)$

Gesucht $z(x)$ (Form der Skelettlinie)

$$\bar{z}(\bar{x}) = \alpha^*\bar{x} - \frac{1}{2\pi}\oint_0^1 \frac{\gamma(\bar{x}')}{U_\infty}\ln\left(\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\bar{x}'}\right)\mathrm{d}\bar{x}'$$

(direkt integrierbar)

B.11: 2. Hauptaufgabe – Nachrechenaufgabe

Gegeben $z(x)$

Gesucht $\gamma(x)$, $u(x)$ oder $\Delta c_p(x)$

Formel aus B.10 wird zur Integralgleichung. Lösung durch vorhandene Formeln (Fourieransatz nach Glauert).

- $z = z(x)$ **analytisch** A_n aus Fourieranalyse oder Koeffizientenvergleich bestimmbar. Direkt c_a, c_m berechenbar.
- z **an diskreten Punkten** A_n durch LGS bestimmen. Kontur aus Birnbaum-NV. Achtung: α^* in 1. NV!

B.12: Wirbelverteilung

$$\gamma(\phi) = 2U_\infty\left(A_0 \tan\left(\tfrac{\phi}{2}\right) + \textstyle\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\phi)\right)$$

$$\underbrace{\phi = \arccos(2\bar{x} - 1) \Leftrightarrow \bar{x} = \tfrac{\cos(\phi)+1}{2}}_{\text{Trafo}}$$

$$\boxed{\phi \leftarrow \texttt{sk.x2p}(x)}$$

$$\boxed{x \leftarrow \texttt{sk.p2x}(\phi)}$$

B.13: Kontur

$z_{oben} = z_0 + z_s$
$z_{unten} = z_0 - z_s$

Nur Skelett-Linie weil heißt ja auch Skelett Theorie

$$\bar{z}_0(\bar{x}) = (A_0 - \alpha^*)(1 - \bar{x})$$
$$\bar{z}_1(\bar{x}) = A_1\bar{x}(1 - \bar{x})$$
$$\bar{z}_2(\bar{x}) = -A_2\bar{x}\left(1 - 4\bar{x} + \tfrac{8}{3}\bar{x}^2\right)$$

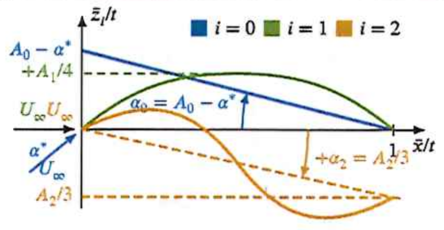
$$\boxed{\{\bar{z}_0, \bar{z}_1, \bar{z}_2\} \leftarrow \texttt{sk.zx}(\bar{x},\ A_{n(\text{List})},\ \alpha^*)}$$

$$\bar{z}_0(\phi) = -\tfrac{1}{2}(\cos\phi - 1)(A_0 - \alpha^*)$$
$$\bar{z}_1(\phi) = \tfrac{-A_1}{4}(\cos\phi - 1)(1 + \cos\phi)$$
$$\bar{z}_2(\phi) = \tfrac{-A_2}{6}(\cos\phi + 1)(2\cos^2\phi - 2\cos\phi - 1)$$

$$\boxed{\{\bar{z}_0, \bar{z}_1, \bar{z}_2\} \leftarrow \texttt{sk.zp}(\phi,\ A_{n(\text{List})},\ \alpha^*)}$$

$$\tfrac{\mathrm{d}z(\bar{x})}{\mathrm{d}\bar{x}} = -8A_2\bar{x}^2 + (8A_2 - 2A_1)\bar{x} - (A_0 - A_1 + A_2 - \alpha^*)$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}} \leftarrow \texttt{sk.dzx}(\bar{x},\ A_{n(\text{List})},\ \alpha^*)}$$



B.14: Winkel zwischen Skelettlinie und Sehne

$$\tan\varphi = \frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}} \quad\rightarrow\quad \varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}}\right)$$

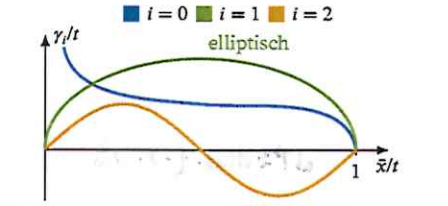
B.15: Zirkulation

$$\tfrac{\gamma_0}{U_\infty}(\bar{x}) = 2A_0\sqrt{\tfrac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}$$
$$\tfrac{\gamma_1}{U_\infty}(\bar{x}) = 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$$
$$\tfrac{\gamma_2}{U_\infty}(\bar{x}) = 8A_2(2\bar{x} - 1)\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$$

$$\boxed{\left\{\frac{\gamma_0}{U_\infty}, \frac{\gamma_1}{U_\infty}, \frac{\gamma_2}{U_\infty}\right\} \leftarrow \texttt{sk.gux}(\bar{x},\ A_{n(\text{List})})}$$

$$\tfrac{\gamma_0}{U_\infty}(\phi) = 2\sqrt{\tfrac{-(\cos\phi-1)}{\cos\phi+1}}$$
$$\tfrac{\gamma_1}{U_\infty}(\phi) = 2A_1\sqrt{-(\cos\phi - 1)(\cos\phi + 1)}$$
$$\tfrac{\gamma_2}{U_\infty}(\phi) = 4A_2\cos\phi\sqrt{-(\cos\phi - 1)(\cos\phi + 1)}$$

$$\boxed{\left\{\frac{\gamma_0}{U_\infty}, \frac{\gamma_1}{U_\infty}, \frac{\gamma_2}{U_\infty}\right\} \leftarrow \texttt{sk.gup}(\phi,\ A_{n(\text{List})})}$$



B.16: Störgeschwindigkeit

$$\tfrac{w_0}{U_\infty}(\bar{x}) = -A_0$$
$$\tfrac{w_1}{U_\infty}(\bar{x}) = A_1(1 - 2\bar{x})$$
$$\tfrac{w_2}{U_\infty}(\bar{x}) = -A_2(1 + 8\bar{x}(\bar{x} - 1))$$

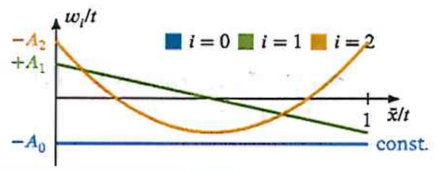
$$\boxed{\left\{\frac{w_0}{U_\infty}, \frac{w_1}{U_\infty}, \frac{w_2}{U_\infty}\right\} \leftarrow \texttt{sk.wux}(x,\ A_{n(\text{List})})}$$

$$\tfrac{w_0}{U_\infty}(\phi) = -A_0$$
$$\tfrac{w_1}{U_\infty}(\phi) = -A_1\cos(\phi)$$
$$\tfrac{w_2}{U_\infty}(\phi) = A_2(2\sin^2\phi - 1)$$

$$\boxed{\left\{\frac{w_0}{U_\infty}, \frac{w_1}{U_\infty}, \frac{w_2}{U_\infty}\right\} \leftarrow \texttt{sk.wup}(\phi,\ A_{n(\text{List})})}$$

$U(\bar{x}) = \frac{\gamma(\bar{x})}{2}$

$$\frac{w}{U_\infty} = \frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}} - \alpha^* \approx -\left(A_0 + \sum_{n=1}^{N} A_n \cos n\phi\right)$$



C. Linearisierte Potenzialgleichung

C.1: Druckbeiwert

$$c_p = \mp\frac{2u}{U_\infty} \qquad u = \frac{\pm\gamma}{2} \qquad \Delta c_p = \frac{2\cdot\gamma(\bar{x})}{U_\infty}$$

Oberseite negativ!
Auftrieb bei $\Delta c_p > 0$, Abtrieb bei $\Delta c_p < 0$

D. Ähnlichkeitstransformation

D.1: Allgemein

Anwenden, wenn Ma > 0,3! Keine Gültigkeit für transsonischen Bereich 0.8 < Ma < 1.2 und hypersonischen Bereich Ma > 5! Für Tragflügel (3D) nur D.2 gültig!

D.2: Göthert-Regel (3D)

$$\beta = \begin{cases} \sqrt{1 - \mathrm{Ma}_\infty^2} & \mathrm{Ma} < 1 \\ \sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2 - 1} = B & \mathrm{Ma} > 1 \end{cases}$$

Vergleichsströmung
subsonisch ik bei $\mathrm{Ma}_\infty = 0$
supersonisch ik bei $\mathrm{Ma}_\infty = \sqrt{2}$
Transformation:

$$\{x\}_{\text{ik}} \Leftrightarrow \{x\}$$
$$\{y, z, f, \alpha, \delta, \Lambda\}_{\text{ik}} \Leftrightarrow \beta\cdot\{y, z, f, \alpha, \delta, \Lambda\}$$
$$\{c_a, c_p, c_m\}_{\text{ik}} \Leftrightarrow \beta^2\cdot\{c_a, c_p, c_m\}$$

Gesamttransformation:

$$c_p(x, y, z, \alpha, f, \delta, \Lambda) = \underbrace{\frac{1}{\beta^2}}_{\text{Rück-Trafo}} c_{p_{\text{ik}}}\underbrace{(x, \beta y, \beta z, \beta\alpha, \beta f, \beta\delta, \beta\Lambda)}_{\text{Hin-Trafo}}$$

D.3: 1. Prandtl-Glauert-Regel (2D!)

Unveränderte Geometrie. Gut für Nachrechnen!

$$\{c_a, c_p, c_m\}_{\text{ik}} \Leftrightarrow \beta\cdot\{c_a, c_p, c_m\}$$

Gesamttransformation:

$$c_p(x, z, \alpha, f, \delta) = \frac{1}{\beta}c_{p_{\text{ik}}}(x, z, \alpha, f, \delta)$$

D.4: 2. Prandtl-Glauert-Regel (2D!)

Unveränderte Druckverteilung. Gut für Entwurf!

$$\{z, f, \alpha, \delta\}_{\text{ik}} \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}\cdot\{z, f, \alpha, \delta\}$$

Gesamttransformation:

$$c_p(x, z, \alpha, f, \delta) = c_{p_{\text{ik}}}(x, \frac{1}{\beta}z, \frac{1}{\beta}\alpha, \frac{1}{\beta}f, \frac{1}{\beta}\delta)$$

F.8: k-Faktor

$$k = \frac{c_{w_i}}{c_{w_{i,\mathrm{ell}}}} = 1 + \frac{1}{A_1^2}\sum_{n=2}^{M} n \cdot A_n^2$$ ← 2 !!!

$k \leftarrow$ `tl.kfac`$(A_{n(\mathrm{List})})$

F.9: Kräfte

$W_i = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 F c_{w_i}$

$G = A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1$ → $[\frac{m^2}{s}]$

$W_i = \frac{\pi}{8}\rho \sum_{n=1}^{M} n \cdot A_n^2$

Rollmoment um die x-Achse:

$$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2$$

Giermoment um die z-Achse:

$$M_z = -\frac{\pi}{32} b\rho\left[(1+2)A_1A_2 + (2+3)A_2A_3 + \ldots\right]$$

$A \leftarrow$ `tl.aa`$(b, \rho, U_\infty, A_{n(\mathrm{List})})$

$W_i \leftarrow$ `tl.wi`$(\rho, A_{n(\mathrm{List})})$

$M_x \leftarrow$ `tl.mx`$(b, \rho, U_\infty, A_{n(\mathrm{List})})$

$M_z \leftarrow$ `tl.mz`$(b, \rho, U_\infty, A_{n(\mathrm{List})})$

$\{A, W_i, M_x, M_z\} \leftarrow$ `tl.awmm`$(b, \rho, U_\infty, A_{n(\mathrm{List})})$

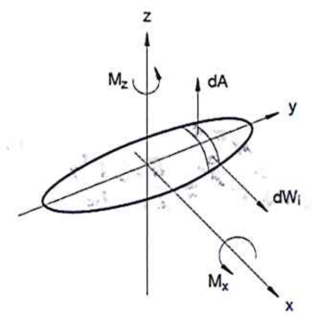
Elliptische Zirkulationsverteilung:

$G = A_{\mathrm{ell}} = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty \Gamma_{\max}$

$W_{i,\mathrm{ell}} \approx \alpha_i A = \frac{\pi}{8}\rho \Gamma_{\max}^2$ → $[\frac{m^2}{s}]$

$= \frac{\pi}{8}\rho A_1^2$

Drehrichtungen der Momente:



G. Multhopp-Quadratur

G.1: Indizierung

$n = 1 \ldots M$ Glieder des Fourier-Ansatzes (= Fourier-Koeffizienten)

$\mu = 1 \ldots M$ Stützstellen, an denen die Funktionswerte $\gamma(\theta)\sin n\theta$ und die Zirkulationsstärken $\gamma(\theta)$ betrachtet werden

$\nu = 1 \ldots M$ Diskrete Stützstellen, an denen der induzierte sowie der geometrische Anstellwinkel ausgewertet werden

G.2: Diskretisierung

Äquiangulare Diskretisierung mit M Stützstellen mit $\mu = 1, \ldots, M$:

$\theta_\mu = \frac{\mu\pi}{M+1}$ $\quad$ $\eta_\mu = \frac{2y_\mu}{b} = \cos\theta_\mu = \cos\frac{\mu\pi}{M+1}$

$\theta_\mu \leftarrow$ `mh.thmu`(M, μ)

1 $\{\theta_1, \ldots, \theta_M\} \leftarrow$ `mh.thls`(M)

ℹ Gibt alle θ_μ als Liste zurück

G.3: Fourieransatz

Dimlose Zirkulation

$$\gamma(\theta) = 2\sum_{n=1}^{M} a_n \sin n\theta$$

$\gamma(y) = \frac{\Gamma(y)}{b \cdot V_\infty}$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \gamma(\theta)\sin n\theta \, d\theta$$

$$\approx \sum_{\mu=1}^{M} \frac{1}{M+1}\gamma_\mu \sin n\theta_\mu$$

G.4: Beiwerte

$$c_a = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\sum_{\mu=1}^{M}\gamma_\mu \sin\theta_\mu$$

$$c_{w_i} = \frac{\Lambda\pi}{M+1}\sum_{\mu=1}^{M}\gamma_\mu \alpha_{i\mu} \sin\theta_\mu$$

G.5: Anstellwinkel

Induziert

$$\alpha_{i,\nu} = b_{\nu\nu}\gamma_\nu - \sum_{\mu=1,\mu\neq\nu}^{M} b_{\nu\mu}\gamma_\mu$$

$$= \alpha_{g,\nu} - f_\nu\gamma_\nu$$

geometr.

$$\alpha_{g,\nu} = b_{\nu\nu} + f_\nu\gamma_\nu - \sum_{\mu=1,\mu\neq\nu}^{M} b_{\nu\mu}\gamma_\mu$$

$\alpha_{g,\nu} = \alpha_{g_i} - \frac{\omega_x \cdot b \cdot \cos(\theta_i)}{2 \cdot V_\infty}$ (Herleitung Ü5 A12)

(Siehe F.5.)

G.6: Koeffizienten

$$b_{\nu\nu} = \sum_{n=1}^{M}\frac{n}{M+1}\frac{\sin^2(n\theta_\nu)}{\sin(\theta_\nu)} = \frac{M+1}{4\sin(\theta_\nu)}$$

für $|\nu - \mu| = 1, 3, 5, \ldots$:

$$b_{\nu\mu} = -\sum_{n=1}^{M}\frac{n}{M+1}\frac{\sin(n\theta_\nu)\sin(n\theta_\mu)}{\sin(\theta_\nu)}$$

$$= \frac{\sin(\theta_\mu)}{(M+1)(\cos\theta_\mu - \cos\theta_\nu)^2}$$

für $|\nu - \mu| = 2, 4, 6, \ldots$:

$$b_{\nu\mu} = 0$$

Achtung: wenn man sie einzeln ausrechnet, sind $b_{\nu\mu}$ nicht negativ! (Beim Einsetzen in die Matrix werden sie dann negativ)

$b_{\nu\mu} \leftarrow$ `mh.bnm`(M, ν, μ)

2 $\underline{\underline{b}} \leftarrow$ `mh.bmat`(M)

ℹ Berechnet Hauptdiagonale ohne f_ν!

Hauptdiagonale b_ν:

$$b_\nu = b_{\nu\nu} + f_\nu = b_{\nu\nu} + \frac{2b}{\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D} t_\nu}$$

	$\mu=1$	$\mu=2$	$\mu=3$	...
$\nu=1$				...
$\nu=2$				...
$\nu=3$				...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱

G.7: Gleichung

Hauptdiagonalen b_ν berücksichtigt und Nebendiagonal-Einträge mit -1 multipliziert:

$$\underline{\underline{b}}_{\mathrm{full}} \cdot \underline{\gamma} = \underline{\alpha_g}$$

$\underline{\underline{b}}_{\mathrm{full}} \leftarrow$ `mh.bfv`$(M, f\nu_{(\mathrm{List/Vekt})})$

$bf\nu(7, \frac{2 \cdot b}{dca \cdot ti \cdot \sin(thls(7))})$

$0°C \;\hat{=}\; 273{,}15°K$

$$\begin{bmatrix} b_1 & -c_{12} & 0 \\ -c_{12} & b_2 & -c_{23} \\ 0 & -c_{32} & b_3 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_1 = -\gamma_7 \\ \gamma_2 = -\gamma_6 \\ \gamma_3 = -\gamma_4 \end{bmatrix}}_{\text{Antimetr. Zirkulationsverteilung}} = \begin{bmatrix} \alpha_{g1} = -\alpha_{g7} \\ \alpha_{g2} = -\alpha_{g6} \\ \alpha_{g3} = -\alpha_{g4} \end{bmatrix}$$

$=$

E. Profilumstömung Überschall

E.1: Annahmen

$\sin(d\delta) \approx d\delta \quad \cos(d\delta) \approx 1$

$\tan(d\delta) \approx d\delta = \frac{dz}{dx}$

Wegen Linearisierung:
- alle Stöße sind isentrope Verdichtungswellen
- alle Charakteristiken haben den gleichen Winkel (μ_∞)
- keine Nachlaufdelle, keine Drosselung

E.2: Beiwerte am Profil

$c_{ws} = \frac{4}{\sqrt{Ma^2-1}} \left(\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_s(\bar{x})}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right)$

$$c_a = \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}} \int_0^1 \alpha \,\mathrm{d}\bar{x}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}} \int_0^1 \alpha^* - \frac{\mathrm{d}\bar{z}}{\mathrm{d}\bar{x}} \,\mathrm{d}\bar{x}$$

$$c_m = -\frac{4}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}} \left(\frac{\alpha^*}{2} - \int_0^1 \frac{\mathrm{d}\bar{z}(\bar{x})}{\mathrm{d}\bar{x}} \cdot \bar{x} \,\mathrm{d}\bar{x}\right)$$

$c_W =$

$$c_{w_W} = \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}} \left(\alpha^{*2} + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{\mathrm{d}\bar{z}_o}{\mathrm{d}\bar{x}}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}\bar{z}_u}{\mathrm{d}\bar{x}}\right)^2 \mathrm{d}\bar{x}\right)$$

$c_{w,d} = \frac{4}{\sqrt{Ma^2-1}} \left(\alpha^2 + \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_t(\bar{x})}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right)$

$$c_p = \frac{4}{B}\left(\alpha^* - \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{x}}\right)$$

$$\frac{\partial c_a}{\partial \alpha} = \text{const.} = \frac{4}{B}$$

$$\varepsilon = \frac{W_W}{A} = \frac{c_{w_W}}{c_a} = \alpha$$

Gradienten

Skelettlinie:

$$\bar{z}_o = \bar{z}_u$$

Profiltropfen:

$$\alpha^* = 0, \quad \bar{z} = \frac{1}{2} d(\bar{x}), \quad \bar{z}_o = -\bar{z}_u$$

E.3: Beiwerte der ebenen Platte

$$c_a = \frac{4\alpha}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}}$$

$$c_m = -\frac{c_a}{2} + c_{m_{A=0}}$$

$$c_{w_W} = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}}$$

$$c_p = \frac{\mp 2\alpha}{\sqrt{\mathrm{Ma}_\infty^2-1}}$$

Saugseite: $\alpha > 0$
Druckseite: $\alpha < 0$

E.4: Druckpunkt/Neutralpunkt

Relative Druckpunktlage

$$\frac{x_A}{t} = -\frac{c_m}{c_a} = \frac{1}{2} - \frac{c_{m_{A=0}}}{c_a}$$

Relative Neutralpunktlage

$$\frac{x_N}{t} = -\frac{\mathrm{d}c_{m_{\mathrm{VK}}}}{\mathrm{d}c_a} = \frac{1}{2}$$

F. Traglinientheorie

F.1: Hauptaufgaben

Entwurfsaufgabe: Berechnen der Geometrie (α_g bzw. $t(\theta)$) bei bekannter $\Gamma(y)$-Verteilung

Nachrechenaufgabe: Multhopp-Quadratur (gegeben ist die Geometrie)

F.2: Zirkulationsverteilung

Nachlauf-Zirkulationsfeld

$$\gamma(y) = \frac{\partial \Gamma(y)}{\partial y}$$

Kutta-Jukowski

$$\mathrm{d}A = \rho U_\infty \Gamma(y) \mathrm{d}y = c_a(y) \frac{\rho U_\infty^2}{2} t(y) \mathrm{d}y$$

$$\Rightarrow \Gamma(y) = \tfrac{1}{2} U_\infty c_a(y) t(y) \mathrel{\hat{=}} \Gamma(\theta)$$

$$\Rightarrow c_a(y) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty t(y)} \propto \frac{\Gamma(y)}{t(y)}$$

$$\Rightarrow c_a(\theta) = \frac{2\Gamma(\theta)}{U_\infty t(\theta)}$$

F.3: Zirkulation

$A_n = 2 \cdot b \cdot U_\infty \cdot a_n$

$\gamma(\theta) = \sum_{i=1}^{n} a_n \sin(n\theta) = \frac{\Gamma(\theta)}{b \cdot U_\infty}$

$$\Gamma(\theta) = \sum_{n=1}^{M} A_n \sin n\theta$$

$$\frac{\Gamma(\theta)}{bU_\infty} = \gamma(\theta) = \sum_{n=1}^{M} a_n \sin n\theta$$

$$\frac{A_n}{bU_\infty} = a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \gamma(\theta) \sin\theta \,\mathrm{d}\theta$$

$$\boxed{\Gamma(\theta) \leftarrow \mathtt{tl.gm}(\theta, A_n(\text{List}))}$$

Ellitische Zirkulationsverteilung:

$$\Gamma(y) = \Gamma_{\max} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}$$

$$\Gamma(\eta) = \Gamma_{\max} \cdot \sqrt{1-\eta^2}$$

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_{\max} \cdot \sin\theta$$

Tiefenverteilung bei Trapezflügel:
Und bei Ellipsenflügel $t(\theta) = t_i \cdot \sin(\theta)$

$$t(\theta) = t_i + (t_a - t_i)\cos\theta$$

F.4: Prandtl'sche Integralgleichung

Dimensionsbehaftet:

$$\alpha_g(y) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty \left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} t(y)} + \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\partial \Gamma(y')}{\partial y'} \cdot \frac{\mathrm{d}y'}{y-y'}$$

Dimensionslos:

$$\alpha_g(\eta) = \underbrace{f(\eta) \cdot \gamma(\eta)}_{\alpha_e(\eta)} + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\partial \gamma(\eta')}{\partial \eta'} \frac{\partial \eta'}{\eta - \eta'}}_{\alpha_i(\eta)}$$

mit dimensionslosen Variablen:

$$f(\eta) = \frac{2b}{\left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} \cdot t(\eta)} \qquad \gamma(\eta) = \frac{\Gamma(\eta)}{bU_\infty}$$

$$\eta = \frac{y}{b/2}$$

$$\alpha_g(\theta) = \underbrace{f(\theta) \cdot \gamma(\theta)}_{\alpha_e(\theta)} + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\partial \gamma(\theta')}{\partial \theta'} \frac{\partial \theta'}{\theta - \theta'}}_{\alpha_i(\theta)}$$

$$\cos(\theta) = \eta = \frac{y}{b/2}$$

$$\boxed{\theta \leftarrow \mathtt{tl.y2t}(y, b)}$$

$$\boxed{y \leftarrow \mathtt{tl.t2y}(\theta, b)}$$

F.5: Geometrischer Anstellwinkel

Rechteckflügel: $t = \frac{F}{b}$

$$\alpha_g(\theta) = \frac{1}{2\sin\theta} \sum_{n=1}^{M} a_n \sin n\theta [2\sin n\theta \cdot f(\theta) + n]$$

$$= \frac{1}{2\sin\theta} \sum_{n=1}^{M} \frac{A_n}{bU_\infty} \sin n\theta \left[\frac{4b\sin\theta}{\left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} \cdot t(\theta)} + n\right]$$

$$\alpha_g(\theta) \leftarrow \mathtt{tl.algt}\left(\theta, b, U_\infty, A_n(\text{List}), \frac{\partial c_a}{\partial \alpha}, t\right)$$

ℹ Bei *undef*-Ergebnis, ein θ sehr nahe am gesuchten Punkt angeben (z. B. $\theta \pm 1 \cdot 10^{-10}$)

$$\alpha_g(y) = \alpha_{g_i} - \frac{\omega_x y}{U_\infty}$$

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{y}{b/2}\right)$ [rad]

$$\alpha_g(\theta) = \alpha_{g_i} - \frac{\omega_x b\cos\theta}{2U_\infty}$$

α_{g_i} = geom. ASW in der Flügelmitte
ω_x = Rollrate 1/s

Ellitische Zirkulationsverteilung:

$$\alpha_{g,\text{ell}}(y) = \frac{2\Gamma(y)}{U_\infty \left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} t(y)} + \frac{\Gamma_{\max}}{2bU_\infty}$$

F.6: Induzierter Anstellwinkel

$$\alpha_i(y) = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\partial \Gamma(y')}{\partial y'} \cdot \frac{\mathrm{d}y'}{y-y'}$$

$$\alpha_i(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{1} \frac{\partial \gamma(\eta')}{\partial \eta'} \frac{\partial \eta'}{\eta - \eta'}$$

$$\alpha_i(\theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\partial \gamma(\theta')}{\partial \theta'} \frac{\partial \theta'}{\theta - \theta'}$$

$$= \frac{1}{2\sin\theta} \sum_{n=1}^{M} \frac{nA_n}{bU_\infty} \sin n\theta$$

$$\alpha_i(\theta) \leftarrow \mathtt{tl.alit}(\theta, b, U_\infty, A_n(\text{List}))$$

ℹ Ergebnisse in Radian, ggf. in Grad umrechnen!

Ellitische Zirkulationsverteilung:

$$\alpha_{i,\text{ell}} = \frac{\gamma_{\max}}{2} = \frac{c_a}{\pi\Lambda} = \frac{\Gamma_{\max}}{2bU_\infty} = \text{const.}$$

F.7: Beiwerte

$\hat{=} A \qquad \to A_1$

$C_A = \frac{2G}{\rho U_\infty^2 F} \mathrel{\hat{=}} \frac{\pi \Lambda \Gamma}{2b U_\infty}$

$$c_a = \frac{\pi\Lambda A_1}{2bU_\infty} \quad \Big| \quad \frac{\mathrm{d}c_a}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{2\pi\Lambda}{\Lambda+2} \quad \Big| \quad \Lambda = \frac{b^2}{S}$$

$$c_{w_i} = \frac{c_a^2}{\pi\Lambda} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{A_1^2} \sum_{n=2}^{M} n \cdot A_n^2\right)}_{k} = k \cdot c_{w_{i,\text{ell}}}$$

Elliptische Zirkulationsverteilung:

$$c_{a_{\text{ell}}} = \frac{\pi b \Gamma_{\max}}{2U_\infty F} = \frac{\pi\Lambda\Gamma_{\max}}{2bU_\infty}$$

$$c_{w_{i,\text{ell}}} = \frac{c_a^2}{\pi\Lambda}$$

Wenn ungeschränkt $\Gamma(y) \propto t(y)$:

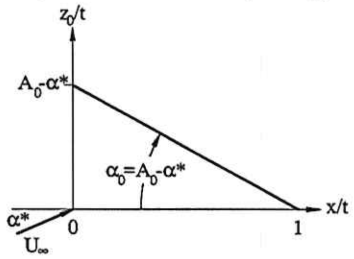
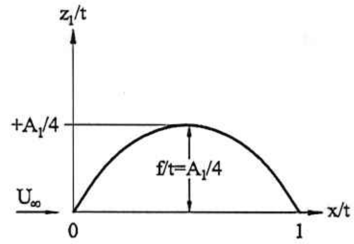
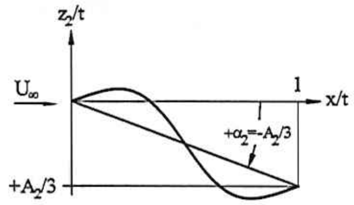
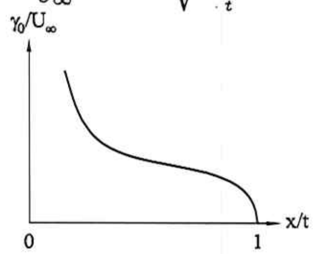
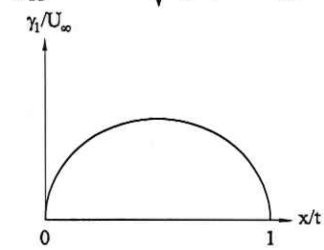
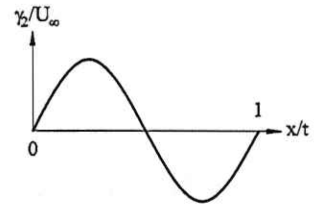
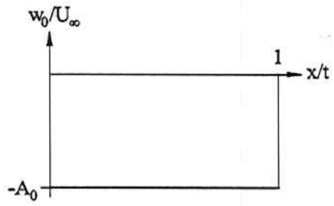
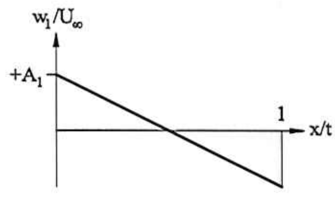
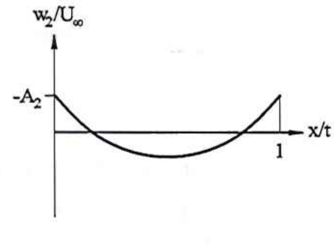
$$c_{a_{\text{ell}}} = \frac{\left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} \pi\Lambda}{\pi\Lambda + \left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D}} \cdot \alpha_g$$

$$\left(\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right)_{2D} = 2\pi$$

elliptisch: $C_a(y) = \text{konst} = C_A$

Anstellwinkel
Hier $A_1, A_2 = 0$

Wölbung
Hier $A_2 = 0$

1. NV (Index „0“)	2. NV (Index „1“)	3. NV (Index „2“)
Kontur $\frac{z_0}{t} = (A_0 - \alpha^*)\left(1 - \frac{x}{t}\right)$  	*Kontur* $\frac{z_1}{t} = A_1 \frac{x}{t}\left(1 - \frac{x}{t}\right)$  	*Kontur* $\frac{z_2}{t} = -A_2 \frac{x}{t}\left[1 - 4\frac{x}{t} + \frac{8}{3}\left(\frac{x}{t}\right)^2\right]$ 
Zirkulation $\frac{\gamma_0}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\frac{x}{t}}{\frac{x}{t}}}$  	*Zirkulation* $\frac{\gamma_1}{U_\infty} = 4A_1\sqrt{\frac{x}{t}\left(1 - \frac{x}{t}\right)}$  	*Zirkulation* $\frac{\gamma_2}{U_\infty} = 8A_2\left(\frac{2x}{t} - 1\right)\sqrt{\frac{x}{t}\left(1 - \frac{x}{t}\right)}$ 
Geschwindigkeit $\frac{w_0}{U_\infty} = -A_0$  	*Geschwindigkeit* $\frac{w_1}{U_\infty} = A_1\left(1 - \frac{2x}{t}\right)$  	*Geschwindigkeit* $\frac{w_2}{U_\infty} = -A_2\left[1 + \frac{8x}{t}\left(\frac{x}{t} - 1\right)\right]$ 
Auftrieb $c_{a_0} = 2\pi A_0 = 2\pi\left(\alpha_0 + \alpha^*\right)$	*Auftrieb* $c_{a_1} = \pi A_1 = 4\pi\frac{f}{t}$	*Auftrieb* $c_{a_2} = 0$
Moment VK $c_{m_0} = -\frac{\pi}{2}A_0 = -\frac{\pi}{2}\left(\alpha_0 + \alpha^*\right)$	*Moment* VK $c_{m_1} = -\frac{\pi}{2}A_1 = -2\pi\frac{f}{t}$	*Moment* VK $c_{m_2} = -\frac{\pi}{4}A_2 = \frac{3\pi}{4}\alpha_2$
Druckpunkt $\frac{x_{A_0}}{t} = \frac{1}{4}$	*Druckpunkt* $\frac{x_{A_1}}{t} = \frac{1}{2}$	*Druckpunkt* $\frac{x_{A_2}}{t} = \mp\infty$

Neutralpunkt in der Skelett-Theorie unabhängig von Kontur bei $\frac{x_N}{t} = \frac{1}{4}$

Universität Stuttgart

INSTITUT FÜR AERODYNAMIK UND GASDYNAMIK

DIREKTOR: PROF. DR.-ING. EWALD KRÄMER

IAG

Flugzeugaerodynamik I: Übersichtsblatt zur Skelett–Theorie

- Ansatz einer Fourierreihe für die Zirkulationsverteilung $\gamma(\varphi)$, der die Kutta–Bedingung erfüllt:

$$\gamma(\varphi) = 2U_\infty \left(A_0 \tan\frac{\varphi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\varphi \right) \qquad \text{mit } \frac{x}{t} = \frac{1+\cos\varphi}{2} = \bar{x}$$

$\varphi = \arccos(2\bar{x}-1)$

- Berechnung der induzierten Störgeschwindigkeit $w(\varphi)$ durch Anwenden des Gesetzes von Biot–Savart:

$$\frac{w(\varphi)}{U_\infty} = -\left(A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\varphi \right)$$

- Berechnung der Kontur $z(x)$ aus der kinematischen Randbedingung:

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\varphi = \alpha^* - \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} \qquad \text{mit } \alpha^* = \sphericalangle(x-\text{Achse}, \vec{U}_\infty)$$

- Zur korrekten Ermittlung des Auftriebs müssen lediglich die Koeffizienten $\underline{A_0}$ und $\underline{A_1}$, fürs Moment um die Profilnase noch zusätzlich $\underline{A_2}$ berücksichtigt werden:

$$c_a = \pi(2A_0 + A_1) \qquad c_m = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2)$$

- Bei der Entwurfsaufgabe führt eine separate Berücksichtigung der ersten drei Koeffizienten der Fourier–Reihe auf die Birnbaum'schen Normalverteilungen (siehe folgende Seite). Diese separieren wesentliche geometrische Eigenschaften eines Skeletts, nämlich Anstellung, Wölbung und S–Schlag.

- Ist im Falle der Nachrechenaufgabe die Skelettlinie lediglich an diskreten Stellen vorgegeben, so wird die Aufgabe durch Superposition der Birnbaum'schen Normalverteilungen gelöst. Bei analytisch vorliegender Skelettlinie werden die folgenden Gleichungen ausgewertet:

$$A_0 = \alpha^* - \underbrace{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}\varphi}_{\text{Integral über die Kontur}} \qquad A_n = -\frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\cos n\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

Aero - Übung 1

Aufgabe 2

a) Profil A

1. NV mit $A_0 = 0{,}1$: $c_a = \frac{1}{5}\pi$ $\qquad c_m = -\frac{1}{20}\pi$

$= \underline{\underline{0{,}6283}} \qquad = \underline{\underline{-0{,}1571}}$

Profil B

knick - Allgemeiner Ansatz muss genutzt werden (Fourier-Reihe)

$$A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\varphi) = \overbrace{\cancel{\alpha^*}}^{=0} - \frac{dz}{dx}$$

Nur A_0, A_1, A_2 für Auftrieb und Moment notwendig (für exakte Lösung)

$$A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\, d\varphi$$

$$A_1 = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} \cos(\varphi)\, d\varphi$$

$$A_2 = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} \cos(2\varphi)\, d\varphi$$

Profil in zwei Abschnitte unterteilen

$0 \leq x \leq \frac{3}{4}t$: $\frac{dz}{dx} = 0$

$\frac{3}{4}t < x \leq t$: $\frac{dz}{dx} = -\frac{2}{5}$

Integrationsgrenzen für $\bar{x}$ berechnen mit $\frac{x}{t} = \bar{x} = \frac{1+\cos(\varphi)}{2}$

$\varphi = \arccos(2\bar{x} - 1)$

$\bar{x}_1 = 0$; $\bar{x}_2 = \frac{3}{4}$; $\bar{x}_3 = 1$

$\varphi_1 = \pi$; $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$; $\varphi_3 = 0$ Eingesetzt folgt:

$$A_0 = -\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\, d\varphi + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\, d\varphi\right] = \frac{2}{15} = 0{,}1333$$

$$A_1 = -\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\cos(\varphi)\, d\varphi + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\cdot\cos(\varphi)\, d\varphi\right] = 0{,}2205$$

$$A_2 = -\frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi/3} -\frac{2}{5}\cos(2\varphi)\, d\varphi + \int_{\pi/3}^{\pi} 0\cdot\cos(2\varphi)\, d\varphi\right] = 0{,}1103$$

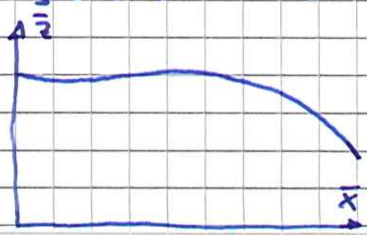
$c_a = \pi(2A_0 + A_1)$ $\qquad c_m = -\frac{\pi}{4}(2A_0 + 2A_1 + A_2)$

$= \underline{\underline{1{,}530}} \qquad = \underline{\underline{-0{,}6424}}$

b) Lösen mit Superposition

$$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1\bar{x}(1-\bar{x}) - A_2\bar{x}\left(1 - 4\bar{x} + \frac{8}{3}(\bar{x})^2\right) + C$$

$$= 0{,}1333 - 0{,}02310\,\bar{x} + 0{,}2207\,\bar{x}^2 - 0{,}2941\,\bar{x}^3$$



Prüfungsaufgabe 1 (F 2012)

Nur 1. NV und 2. NV berücksichtigen

a) $\bar{z}(\bar{x}=0,1) = 0,07614$ $\qquad \bar{z}(\bar{x}=0,9) = 0,02014$

$A_0 = \cancel{\alpha^*}^{=0} + \alpha_0 \quad \longrightarrow \quad \alpha_0 = A_0$

$A_1 = 2(\alpha_2 - \alpha) = 4\frac{f}{t}$

Kontur durch Superposition:

$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1-\bar{x}) + A_1 \bar{x}(1-\bar{x})$

Einsetzen der Randbedingungen liefert

$A_0 = 0,07$ $\qquad A_1 = 0,146$

$\alpha_0 = 4,011°$

$C_a = 2\pi A_0 + \pi A_1 = 0,8985$

$\bar{z} = 0,07 + 0,076\,\bar{x} - 0,146\,\bar{x}^2$

b) $C_{mVK} = -0,3393$

$C_{mt/4} = -0,1147$

Für $\alpha_{A=0}$ Gleichung für C_a gleich Null setzen, nach A_0 auflösen

$\alpha_{A=0} = -4,183°$

Prüfungsaufgabe 2 (F2014)

$\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = (0,07 + 0,32\bar{x})\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}$, $0 \le \bar{x} \le 1$ $\qquad$ mit $\bar{x} = \frac{x}{t}$ $\qquad \alpha^* = 1°$

$\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$ $\qquad$ (Superposition)

$= 0,07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0,32\sqrt{\bar{x}^2\left(\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}\right)}$

$= 0,07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0,32\sqrt{(1)\bar{x}(1-\bar{x})}$ $\qquad$ (Koeffizientenvergleich)

$A_0 = 0,035$ $\qquad A_1 = 0,08$

Störgeschwindigkeit

$\frac{w_0}{U_\infty} = -0,035 + 0,08(1-2\bar{x}) \overset{!}{=} 0$

$\bar{x}\left(\frac{w(\bar{x})}{U_\infty} = 0\right) = 0,2813$

Aero Übung 2

Aufgabe 4

a) $c_a = \pi(2A_0 + A_1)$

$A_0 = \alpha^* - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\, d\varphi$

$0 \le \frac{x}{t} \le \frac{1}{4}$: $\frac{dz}{dx} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{4} < \frac{x}{t} \le \frac{3}{4}$: $\frac{dz}{dx} = 0$

$\frac{3}{4} \le \frac{x}{t} \le 1$: $\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{3}$

Hier Integralgrenzen vertauscht...

$\varphi = \arccos(2\bar{x} - 1)$

$A_0 = 0 - \frac{1}{\pi}\left(\int_{\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \frac{1}{3}\, d\varphi + \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} 0\, d\varphi + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{0} -\frac{1}{3}\, d\varphi\right) = 0$

$A_n = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\cos(n\varphi)\, d\varphi \longrightarrow$ $A_1 = +0{,}3676$

$A_2 = 0$

$c_a = +1{,}155$ $c_m = -0{,}5774$

b) Neutralpunkt in Skelett-Theorie unabhängig von Kontur bei $\frac{x_N}{t} = \frac{1}{4}$

Gegebenes Skelett wird allein durch 2. NV approximiert $\rightarrow \frac{x_D}{t} = \frac{1}{2}$

$c_{m,A_0=0} = -\frac{\pi}{4}(A_1 + A_2) = -0{,}2887 \neq 0$

↳ nicht druckpunktfest

Prüfungsaufgabe 1 (F 2010)

a) Kontur aus Superposition 1. und 2. NV

$\bar{z} = (A_0 - \alpha^*)(1 - \bar{x}) + A_1 \bar{x}(1 - \bar{x})$

$\alpha^* = 0$; $A_0 = 0{,}03998 \approx 0{,}04$; $A_1 = 0{,}08$ (Ablese aus Diagramm)

$\bar{z} = (0{,}04)(1 - \bar{x}) + 0{,}08\,\bar{x}(1 - \bar{x})$

$= 0{,}04 + 0{,}04\,\bar{x} - 0{,}08\,\bar{x}^2$

$c_a = c_{a0} + c_{a1} = 0{,}5027$

$c_m = c_{m0} + c_{m1} = -0{,}1885$

$\frac{x_d}{t} = -\frac{c_{m,VK}}{c_a} = 0{,}3750$

$c_{m,t/4} = c_{m,VK} + \frac{c_a}{4} = -0{,}06283$

Prüfungsaufgabe 4 (F2011)

VZ

a) $\frac{dC_a}{d\alpha} = \frac{(1{,}2)-(-0{,}5)}{(-8{,}5)-(8{,}5)} \cdot \frac{180}{\pi} = +6{,}741$ $\left[\frac{1}{rad}\right]$

$\frac{dC_M}{d\alpha} = \frac{\cancel{0{,}12} -1-0{,}8}{(8-(-8))\cdot\frac{\pi}{180}} = 0{,}07162$ $\left[\frac{1}{rad}\right]$

Maximale aerodynamische Güte mit Tangente an Polare und durch Ursprung.

Schneidet bei $\frac{C_a}{C_w} = \frac{1{,}2}{0{,}008} = 150$

Laminardelle im Bereich des kleinsten Wiederstandes bei ca. $0{,}5 \leq C_a \leq 1{,}2$

Geometrische Modifikation ist Verdickung des Profils – Laminarerhaltung über breiteren Anstellwinkel-Bereich

b) $C_a = C_{a0} + C_{a1} = 2\pi\alpha + 4\pi\frac{f}{t}$

$\frac{dC_a}{d\alpha} = 2\pi \;\hat{=}\; 6{,}283$

$C_{M,t/4} = -\frac{\pi}{2}\alpha - 2\pi\frac{f}{t} + \frac{C_a}{4}$

$\frac{dC_{M,t/4}}{d\alpha} = -\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{4} = 0$

Wölbung durch gemessene Beiwerte bei $\alpha = 0°$: $0{,}4 = 2\pi\cdot 0° + 4\pi\frac{f}{t}$

$\frac{f}{t} = 0{,}03182$

Gemessener Momentebeiwert bei $\alpha = 0°$: $C_M = -0{,}09$

Berechneter Momentebeiwert bei $\alpha = 0°$: $C_M = -0{,}1$ 11% Abweichung

c) ???

Aero Übung 7

Aufgabe 5

a) geg: dünnes Profil, $t = 2m$, $\frac{f}{t} = 1\%$, $U_{\infty I} = 50\ \frac{m}{s}$, $\alpha = 10°$

$\rho_{\infty I} = 1{,}2\ \frac{kg}{m^3}$, $T_{\infty I} = 15°C$
$= 288{,}15°K$

ges: A_I^* (Auftrieb pro Längeneinheit in y-Richtung (Spannweitenrichtung))

$A^* = \frac{A}{b}$

Anströmmachzahl: $Ma_{\infty I} = \frac{U_{\infty I}}{\sqrt{\kappa R T_{\infty I}}} = 0{,}1469 < 0{,}3$

↳ Es kann inkompressibel gerechnet werden

↳ Skelett-Theorie (dünnes Profil, kleine Wölbung)

Zur Vereinfachung (Weil nicht in Aufgabe vorgegeben wird $\alpha^* = 0$ gesetzt)

$c_a = \pi(2A_0 + A_1)$ $\qquad A_0 = \alpha_0 = \alpha$

$c_a = \pi(2\alpha_0 + 4\,^f/_t)$

Auftrieb pro Längeneinheit

$A = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 F c_a$

$A_I^* = \frac{\rho_{\infty I}}{2} U_{\infty I}^2 \frac{F}{b} c_a$

Referenzfläche für c_A

Längeneinheit

Weil unendlich gestreckter Flügel $c_A = c_a$

$A_I^* = \frac{\rho_{\infty I}}{2} U_{\infty I}^2\ t\ c_a$

$= 3667\ \frac{N}{m}$

b) geg. $Ma_{\infty II} = 0{,}5$ $\quad a_{\infty II} = 300\ \frac{m}{s}$ $\quad \rho_{\infty II} = 1\ \frac{kg}{m^3}$ $\quad A_{II}^* = A_I^*$

Nicht mehr ~~komp~~ inkompressibel rechnen!, 2D-Betrachtung

ges α_{II} Anstellwinkel

1\. PGR: $c_a(x, z, \alpha, f, \delta) = \frac{1}{\beta} c_{a,ik}(x, z, \alpha, f, \delta)$

$\beta = \sqrt{1 - Ma_{\infty II}^2} = 0{,}866$

$c_{a\,II} = \frac{1}{\beta} c_{a,ik}$

└ Skelett-Theorie auf „unverzerrte inkompr. Vergleichsgeometrie"

Einsetzen in A_I^*-Formel, auflösen nach α_0 liefert:

$\alpha_{II} = 0{,}1477°$

Aufgabe 6

a) geg: dünner, ungeschränkter Tragflügel, elliptischer Grundriss, symmetr. Profil

$b = 10m \quad F = 25m^2 \quad T_\infty = 300K \quad U_{\infty 1} = 140 \frac{m}{s} \quad U_{\infty 2} = 280 \frac{m}{s}$

ges: A_2/A_1

$\frac{dC_A}{d\alpha} = \frac{2\pi\Lambda}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2}$ kann in 1, und 2 nicht inkompr. gerechnet werden

$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\rho_\infty}{2} U_{\infty 2}^2 S C_{A2}}{\frac{\rho_\infty}{2} U_{\infty 1}^2 S C_{A1}}$

$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{U_{\infty 2}}{U_{\infty 1}}\right)^2 \cdot \frac{C_{A2}}{C_{A1}}$

Berechnung von C_{A1}, C_{A2} mit Göthert-Regel (weil 3D)

$C_{A1}(x, y, z, \alpha, f, \delta, \Lambda) = \frac{1}{\beta^2} C_{A1,ik}(x, \beta y, \beta z, \beta\alpha, \beta f, \beta\delta, \beta\Lambda)$

$\beta_1 = \sqrt{1-Ma_{\infty 1}^2} = 0{,}9161$

$\beta_2 = \sqrt{1-Ma_{\infty 2}^2} = 0{,}5975$ "Verzerrung" bei größeren Machzahlen stärker

$\cancel{C_{A1} = \frac{1}{\beta_1}\left(\frac{dC_{A1}}{d\alpha}\right)_{ik} \alpha_{ik} = \frac{1}{\beta_1} \frac{2\pi\Lambda_1}{\sqrt{\Lambda_1^2+4}+2} \alpha_{ik}}$

- Göthert-Regel: Verzerrung von Geometrie und Strömung

↳ Inkompressibler Vergleichsfall

$C_{A1} = \frac{1}{\beta_1^2} C_{A1,ik}$ und ~~[illegible]~~

$\Lambda_{ik} = \beta \cdot \Lambda$ und $\alpha_{ik} = \beta \cdot \alpha$

$C_{A1} = \frac{1}{\beta^2}\left(\frac{dC_{A1}}{d\alpha}\right)\Big|_{ik} \alpha_{ik}$

$C_A = \frac{1}{\cancel{\beta}^2} \frac{2\pi\cancel{\beta}\Lambda}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} \cancel{\beta}\alpha$ mit $\Lambda = \frac{b^2}{S} = 4$

$C_A = \frac{2\pi\Lambda\alpha}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2}$

$\frac{A_2}{A_1} = \underline{\underline{4{,}842}}$

b) ges: $\frac{W_{i2}}{W_{i1}}$ mit $C_{wi} = \frac{C_A^2}{\pi\Lambda}$

C_{A1} und C_{A2} aus a) einsetzen: $C_{wi2} = 1{,}934 \quad C_{wi1} = 1{,}32$

$W_i = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 \cdot S \cdot C_{wi}$ Einsetzen liefert

$\frac{W_{i2}}{W_{i1}} = \underline{\underline{5{,}861}}$

Aufgabe 7

a) ges: α_S/α_R, weil symmetr. gilt: $\frac{dc_A}{d\alpha}\alpha = \frac{2\pi\Lambda\alpha}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2} = c_A$

Annahme: Stationäre Flugzustände mit gleichbleibenden Auftrieb $A_S \stackrel{!}{=} G$, $A_R \stackrel{!}{=} G$

$$A_S = \frac{\rho_{\infty S}}{2}\cdot U_{\infty S}^2 \cdot S \cdot c_{A_S} = G$$

$$A_S = \frac{\rho_{\infty S}}{2}\cdot U_{\infty S}^2 \cdot S \cdot \frac{2\pi\Lambda\alpha_S}{\sqrt{\Lambda^2+4}+2} = G$$

$$\alpha_S = \cancel{\ldots} \; 2{,}659\cdot 10^{-5}\, G$$

α_R muss mit Göthert-Regel berechnet werden

$$c_{A_R} = \frac{1}{\beta^2}\frac{dc_{A_R}}{d\alpha}\Big|_{ik}\alpha_{ik} \qquad \text{mit } \Lambda_{ik} = \beta\Lambda_R \text{ und } \alpha_{ik} = \beta\alpha$$

$$c_{A_R} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2}$$

$$A_R = \frac{\rho_{\infty R}}{2}\cdot U_{\infty R}^2 \cdot S \cdot c_{A_R} = G$$

$$\cancel{\ldots}$$

$$A_R = \frac{\rho_\infty}{2}\cdot U_{\infty R}^2 \cdot S \cdot \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} = G$$

$$\alpha_R = 3{,}71\cdot 10^{-6}\, G$$

$$\alpha_S/\alpha_R = 7{,}165$$

b) ges: $\varepsilon_S/\varepsilon_R$ mit nur ind. Wiederstand, $c_{wi} = \frac{c_A^2}{\pi\Lambda}$

$$\varepsilon = \frac{c_w}{c_A} = \frac{c_A^2/\pi\Lambda}{c_A} = \frac{c_A}{\pi\Lambda}$$

$$c_{A_R} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_R}{\sqrt{\beta^2\Lambda^2+4}+2} = 4{,}922\,\alpha_R$$

$$c_{A_S} = \frac{2\pi\Lambda\alpha_S}{\sqrt{\cancel{\beta^2}\Lambda^2+4}+2} = 4{,}395\,\alpha_S$$

$$\varepsilon_S/\varepsilon_R = \frac{c_{A_S}}{c_{A_R}} = 0{,}8929\cdot\frac{\alpha_S}{\alpha_R} = 6{,}398$$

Prüfungsaufgabe 5 (F2014)

a) geg: $\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty} = (0{,}07 + 0{,}32\,\bar{x})\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}}$, $0 < \bar{x} \leq 1$ mit $\bar{x} = \frac{x}{t}$

Anströmung mit 1°

ges: $\bar{x}\left(\frac{w(\bar{x})}{U_\infty} = 0\right)$

Standardform der Zirkulation

$$\frac{\gamma_0}{U_\infty} = 2A_0\sqrt{\frac{1-\frac{x}{t}}{\frac{x}{t}}} + 4A_1\sqrt{\frac{x}{t}\left(1-\frac{x}{t}\right)}$$

$$= 2A_0\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 4A_1\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}$$

$$\stackrel{!}{=} 0{,}07\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} + 0{,}32\,\bar{x}\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} \qquad A_0 = 0{,}035$$

$$0{,}32\sqrt{\bar{x}^2\left(\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}\right)}$$

$$0{,}32\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})} \qquad A_1 = 0{,}08$$

Einsetzen in Geschwindigkeitsverteilung:

$$\frac{w_0}{U_\infty} = -0{,}035 + 0{,}08(1-2\bar{x}) \qquad \bar{x} = 0{,}2813$$

b) $\Delta c_p = c_{pu} - c_{po} = 2\,\frac{\gamma(\bar{x})}{U_\infty}$

geg: $\bar{x} = 0{,}5$; $\Delta c_p = 0{,}575$

wegen "subsonisch" vielleicht...?

Nicht in Aufgabe gegeben, aber ist wohl zu hohe Machzahl für Skelett-Theorie

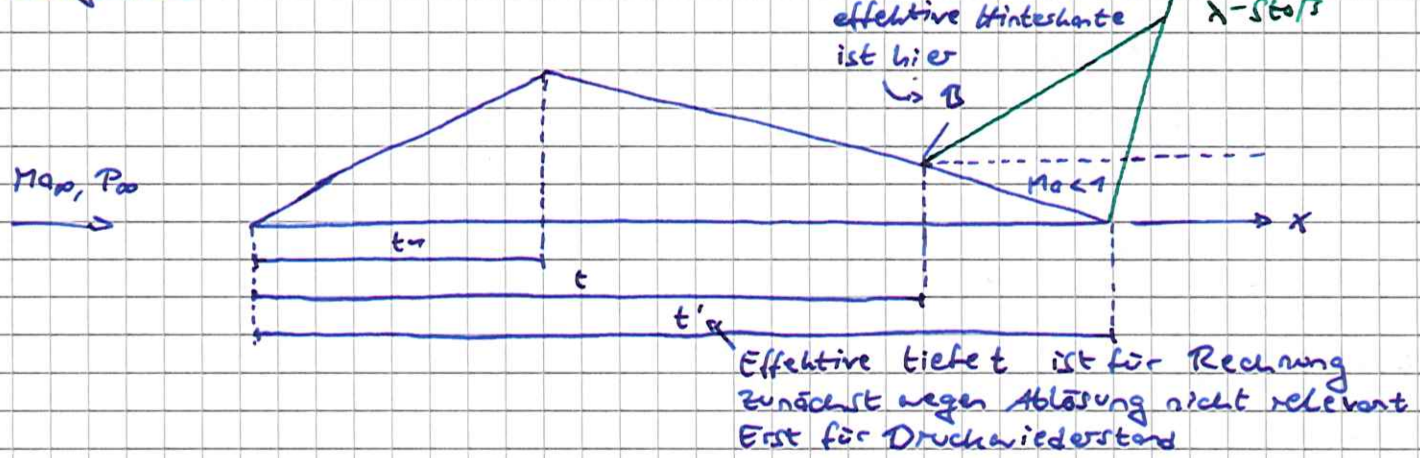
$\Delta c_p = \frac{1}{\beta}\,\Delta c_{p\,ik}$ mit $\beta = \sqrt{1-Ma_\infty^2}$ Prandtl-Glauert-Regel

$$\frac{1}{\beta}\cdot 2\cdot(0{,}07 + 0{,}32\,\overset{=0{,}5}{\bar{x}})\sqrt{\frac{1-\bar{x}}{\bar{x}}} \stackrel{!}{=} 0{,}575$$

$Ma_\infty = 0{,}6$

Aero Übung 4

Aufgabe 8



a) geg: nicht angestelltes Überschallprofil ; $f_{max} = 0{,}1t$ bei $x = t_1$

$f_B = \frac{1}{30} t$ bei $P_B = k \cdot P_\infty$

$Ma_\infty = 2$; $t_1 = 0{,}2t$; $k = 0{,}72$

ges: Formel für Wellenwiederstandsbeiwert, Druckwiederstandsbeiwert am Heck

$$C_{ww} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\cancel{\alpha^2}^{=0} + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_o}{d\bar{x}}\right)^2 + \cancel{\left(\frac{d\bar{z}_u}{d\bar{x}}\right)^2}^{=0} d\bar{x} \right)$$

Gradienten:

$\frac{dz_o}{dx} = \frac{f_{max}}{t_1}$ für $0 \le x \le t_1$

$\frac{dz_o}{dx} = \frac{-(f_{max} - f_B)}{t - t_1}$ für $t_1 < x \le t$ — Danach unterschall, Druckwiederstand wird gesondert behandelt

$\frac{dz_u}{dx} = 0$ — Wellenwiederstand nur im Überschall ($x<t$)

$$C_{w} = \frac{2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^{t_1/t} \left(\frac{f_{max}}{t_1}\right)^2 d\bar{x} + \int_{t_1/t}^{1} \left(\frac{-(f_{max} - f_B)}{t - t_1}\right)^2 d\bar{x} \right)$$

Aufgelößt ergibt sich genau ~~den~~ des gesuchte Zusammenhang für C_{ww} $= 0{,}04582$

b) Druckwiederstand ≙ kraft die in Anströmrichtung zeigt

$$\underbrace{W_D = q_\infty \cdot C_{wD} \cdot \underbrace{t \cdot 1}_{\text{Fläche}}}_{\text{Allgemein}} = \underbrace{- (P_B - P_\infty) f_B \cdot 1}_{\text{Druckwiederstand}}$$

$$C_{wD} = - \frac{P_B - P_\infty}{q_\infty} \cdot \frac{f_B}{t}$$

; $P_B = k \cdot P_\infty$

$q_\infty = \frac{\rho_\infty}{2} \cdot U_\infty^2$

$U_\infty = Ma_\infty \sqrt{\kappa R T_\infty}$

$P_\infty = \rho_\infty R T_\infty$

↳ Lösung 0,003...?
↗ Warum?

Alles eingesetzt ergibt die gesuchte Form für C_{wD} $= 0{,}006487$

b) Ableitung nach t_1 und gleichsetzen mit 0 zur Extremstelle findung liefert:

c_w Extremstellen bei $t_1 = 3t$, $t_1 = 0{,}6t$

Nur $t_1 = 0{,}6t$ ist sinnvolles Ergebnis

$c_w = 0{,}03208$

Aufgabe 9

$$\Delta P = P - P_\infty \approx \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\, d\delta$$

$$d\delta \approx \tan(d\delta) = \frac{dz}{dx}$$

a) Rhombusprofil

$\frac{dz}{dx} = \frac{d/2}{t/2} = \frac{d}{t}$ für $0 \le x \le \frac{t}{2}$ $\qquad 0 \le \bar{x} \le 0{,}5$

$\frac{dz}{dx} = -\frac{d/2}{t/2} = -\frac{d}{t}$ für $\frac{t}{2} < x \le t$ $\qquad 0{,}5 < \bar{x} \le 1$

Allgemeine Gleichung für Wellenwiderstand: Symmetrie

$$c_w = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\cancel{\underbrace{\alpha^2}_{=0}} + \cancel{\tfrac{1}{2}} \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_o}{d\bar{x}}\right)^2 + \cancel{\left(\frac{d\bar{z}_u}{d\bar{x}}\right)^2}\, d\bar{x} \right)$$

~~Weil Profil symmetrisch vereinfacht sich die Gleichung~~

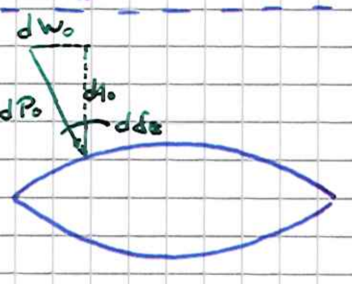
~~$c_w = 0$ ...?~~

kein Antimetrischer Anteil, weil symmetrisches Profil, symmetrischer Anteil c_{ws}

$$c_{ws} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \left(\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_s(\bar{x})}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} \right) \quad \text{mit } \bar{z}_s = \bar{z}_o = -\bar{z}_u$$

$$= \frac{4d^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}\, t^2} = \frac{4\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$

↯ Stimmt zwar, aber Aufgabenstellung nicht erfüllt



$$dW_w = 2 \cdot dW_o = 2 \cdot dP_o \cdot \sin(d\delta) = 2\, dP_o \cdot d\delta$$

$$dW_w = 2\, dP \cdot d\delta$$

$$dP = \Delta P \cdot \overset{\text{Flächenelement}}{dF} = \Delta P \cdot dS \cdot b \approx \Delta P \cdot b \cdot dx$$

Einsetzen ergibt:

$$dW_w = 2(\Delta P \cdot b \cdot dx)\, d\delta$$

Einsetzen der gegebenen Gleichung

$$dW_w = 2\left(\frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}\, d\delta\right) b \cdot dx \cdot d\delta$$

Integriere über gesamtes Profil

$$W_w = 2\,\frac{\rho_\infty U_\infty^2 b}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^t d\delta^2\, dx$$

Wieder zum Wellenwiderstandsbeiwert

$$c_w = \frac{W_w}{\frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2 \cdot b \cdot t} = \frac{4}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 d\bar{x} = \frac{4\delta^2}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$

Aero Übung 4

Kreisbogenzweieck

Parabelgleichung mit Randbedingungen festlegen (Oder NV)

$$2\,\frac{d}{t}\left(\frac{x}{t}\right)\left(1-\frac{x}{t}\right) = \frac{z}{d}$$

$$\frac{dz}{dx} = 2\,\delta\left(1-2\,\frac{x}{t}\right)$$

Einsetzen in hergeleitete Formel ergibt:

$$c_w = \frac{16\,\delta^2}{3\sqrt{Ma_\infty^2-1}}$$ TR sagt bisschen was anderes

Nächste Aufgabe erstmal überspringen... Aber noch machen!

Aufgabe 10

Aufgabe 11

a) geg: $b = 10m$ $t = 1m$ $\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$ $U_\infty = 60\,\frac{m}{s}$ $\rho_\infty = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$

$$\Gamma(\vartheta) = \sum_{n=1}^{3} A_n \sin(n\vartheta) = 20\sin(\vartheta) + 2\sin(2\vartheta) + 2\sin(3\vartheta)$$

Traglinientheorie: $A_1 = 20$ $A_2 = 2$ $A_3 = 2$

$$A = \frac{\pi}{4} b \rho U_\infty A_1 = 11310\ N$$

$$W_i = \frac{\pi}{8} \rho \sum_{n=1}^{M} n \cdot A_n^2 = 197{,}9\ N$$

$$M_x = \frac{\pi}{16} b^2 \rho U_\infty A_2 = 2827\ Nm$$

$$M_z = -\frac{\pi}{32} b \rho \left[(1+2) A_1 A_2 + (2+3) A_2 A_3 \right] = -764{,}9\ Nm$$

b) $$\alpha_g(\vartheta) = \frac{1}{2\sin(\vartheta)} \sum_{n=1}^{M} \frac{A_n}{b U_\infty} \sin(n\vartheta) \left[\frac{4b \sin(\vartheta)}{\left(\frac{dc_a}{d\alpha}\right)_{2D} \cdot t(\vartheta)} + n \right]$$

$\hookrightarrow$ const. (Rechteckflügel)

y	$-b/2$	$-b/4$	0	$b/4$	$b/2$
ϑ	π	$2\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/3$	0
α_g	1,4	5,5	6,1	6,9	2,2

Tabelle mit TR-Programm Lösen

Aufgabe 12

a) geg: $\alpha_{gi} = 6{,}7°$ $U_\infty = 50\,\frac{m}{s}$ $\omega_x = -0{,}5\,\frac{1}{s}$ $\rho = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$ $b = 10m$ $t_i = 2m$ $\frac{dc_a}{d\alpha} = 2\pi$

Elliptischer Flügel

$$\Gamma(\vartheta) = \sum_{n=1}^{M} A_n \sin(n\vartheta)$$

$$\Gamma(\vartheta) = A_1 \sin(\vartheta) + A_2 \sin(2\vartheta)$$

Prüfungsaufgabe F12

a) und b) wurden bereits gelöst / sind nur Traglinientheorie

c) geg: Trapezflügel, $G = 5000\,N$ (in der Regel gleich Auftrieb)

$F = 9\,m^2 \quad \lambda = 0{,}6 \quad b = 15\,m \quad U_\infty = 126\,\frac{m}{s} \quad \rho = 1\,\frac{kg}{m^3}$

elliptische Zirkulationsverteilung

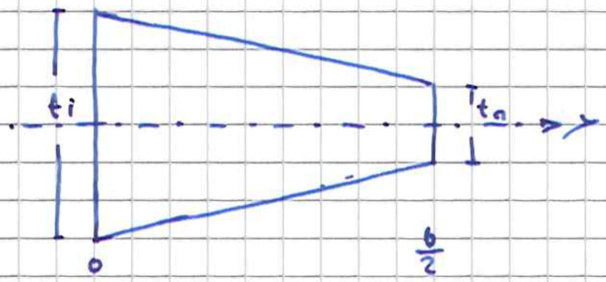
ges: Γ_1, $t(\vartheta)$, $c_a(\vartheta)$ für $\vartheta = 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}$

Annahme: stationärer Horizontalflug $A = G$

$$A = \frac{\pi}{4}\, b\, \rho\, U_\infty \cdot \Gamma_1 \longrightarrow \Gamma_1 = \frac{4 \cdot G}{\pi b \rho U_\infty} = 12{,}126\,\frac{m^2}{s}$$

Elliptische Zirkulationsverteilung $\Gamma(\vartheta) = \Gamma_1 \cdot \sin(\vartheta)$

Trapezflügel:



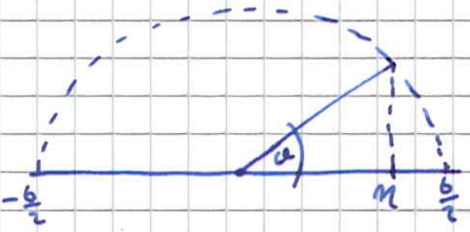
$$F = b\left(\frac{t_a + t_i}{2}\right) = 9\,m^2$$

$$\lambda = \frac{t_a}{t_i} = 0{,}6$$

$t_i = 0{,}75\,m \quad t_a = 0{,}45\,m$

$$\longrightarrow t(y) = t_i + \frac{t_a - t_i}{b/2}\, y$$

Transformation



$$\eta = \frac{y}{b/2} = \cos(\vartheta)$$

$$t(\vartheta) = t_i + (t_a - t_i)\underbrace{\cos(\vartheta)}_{\hat{=}\,\eta}$$

Auftrieb: allgemein: $\Gamma(\vartheta) = \frac{U_\infty}{2} \cdot c_a(\vartheta) \cdot t(\vartheta)$

$$c_a = \frac{2\Gamma(\vartheta)}{U_\infty \cdot t(\vartheta)} = \frac{2\Gamma_1 \sin(\vartheta)}{U_\infty(t_i + (t_a - t_i)\cdot \eta)}$$

Auswerten für alle 5 gegebenen Punkte

ϑ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Γ	0	4,64	8,57	11,2	12,11
c_a	0	0,561	0,91	1,01	0,924

b) Ansteckflügel $\hat{=}$ Winglet

geg: $b = 18m$; $F = 10m^2$; keine elliptische Zirkulationsverteilung ; $k = 1{,}05$
$k_{alt} = 1$

ges: c_{wi} , W_i } Für alte und neue Konfiguration

%-Einsparung in Bezug auf induzierten Wiederstand.

Aerodynamischer Nachteil

Formeln $c_{wi} = \frac{c_A^2}{\pi \cdot \Lambda} \cdot k$ mit $\Lambda = \frac{b^2}{F}$

$c_A = \frac{2G}{\rho v_\infty^2 F}$

$W_i = \frac{\rho}{2} v_\infty^2 F c_{wi}$

Alte Konfiguration: $c_A = 0{,}907$
$c_{wi} = 0{,}015$ mit $\Lambda = 25$ $k = 1$ (elliptisch)

$W_i = 57{,}85 N$

Neue Konfiguration $c_A = 0{,}876$
$c_{wi} = 0{,}00687$ mit $\Lambda = 32{,}4$ $k = 1{,}05$

$W_i = 42{,}1 N$

27,2% Einsparung!

Nachteile im Schnellflug wo Reibungswiederstand bei größerer bespühlter Oberfläche überwiegt.